

L U M B R E



Derivadas parciales, Jacobiano y Hessiano

Materia: Ciencia de Datos e IA

11/10/2026

Antes de empezar

Desde la derivada parcial hasta el Jacobiano y la matriz Hessiana, con intuición geométrica y aplicaciones en ML.

QUÉ APRENDERÁS

- Comprender las derivadas de funciones multivariables y sus matrices fundamentales para optimización y aprendizaje automático.

Derivadas parciales y Jacobiano



El cálculo integral: antiderivadas, técnicas de integración y aplicaciones.

En funciones de varias variables, no basta con una sola derivada. Cada variable tiene su propia **derivada parcial**, que mide cómo cambia la función cuando movemos solo esa variable, manteniendo las demás fijas.

Para una función $f(x, y)$, las derivadas parciales se escriben: df/dx y df/dy . Geométricamente, son las pendientes de las curvas de nivel en cada dirección.

Definición de derivada parcial

$$df/dx = \lim [f(x+h, y) - f(x, y)] / h$$

La derivada parcial mide el cambio cuando solo varía una variable.

Ejemplo: Si $f(x, y) = x^2y + 3xy^3$, entonces $df/dx = 2xy + 3y^3$ y $df/dy = x^2 + 9xy^2$.

El gradiente como vector

El gradiente ∇f es el vector formado por todas las derivadas parciales. Apunta en la dirección de máximo crecimiento de la función.

En machine learning, el gradiente es fundamental: el descenso de gradiente usa ∇f para encontrar mínimos de la función de pérdida.

La matriz Jacobiana

Cuando tenemos una **función vectorial** $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ (varias funciones de varias variables), la matriz Jacobiana J contiene todas las derivadas parciales de primer orden.

Matriz Jacobiana

$$J = [dF_1/dx_1, \dots, dF_1/dx_n; \dots; dF_m/dx_1, \dots, dF_m/dx_n]$$

La Jacobiana contiene todas las derivadas parciales de primer orden.

Interpretación: El Jacobiano es la mejor aproximación lineal de F cerca de un punto. Su determinante mide como F deforma áreas o volúmenes.

Aplicación en ML: En redes neuronales, la retropropagación es esencialmente la cadena de Jacobianos de cada capa.

La matriz Hessiana

La matriz Hessiana H contiene las **derivadas parciales de segundo orden**. Es simétrica y describe la curvatura local de la función.

Matriz Hessiana

$$H(i, j) = d^2f / (dx_i dx_j)$$

La Hessiana contiene las derivadas parciales de segundo orden.

Para clasificar puntos críticos: Si H es definida positiva $\rightarrow$ mínimo local. Si es definida negativa $\rightarrow$ máximo local. Si tiene eigenvalores de signos mixtos $\rightarrow$ punto de silla.

En optimización de segundo orden (método de Newton), se usa $H^{-1} \nabla f$ para converger más rápido que el gradiente simple.

Mapa conceptual

Calculo Multivariable

- **Derivadas de orden superior**
 - Primer orden
 - Derivadas parciales
 - Gradiente
 - Jacobiano J
 - Segundo orden
 - Hessiana H
 - Clasificación de críticos
 - Metodo de Newton
 - Aplicaciones
 - Optimización
 - Backpropagation
 - Cambio de variables

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Ejercicios y practica

Problema 1: Calcula el Jacobiano de la transformación de coordenadas polares: $x = r\cos(t)$, $y = r\sin(t)$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

1. Solucion paso a paso



2. Que mide el determinante del Jacobiano?

- ☐ La curvatura de la función
- ☐ Como se deforman áreas/volumenes bajo la transformación
- ☐ La dirección de máximo crecimiento
- ☐ El número de puntos críticos

3. La matriz Hessiana siempre es simetrica si las derivadas segundas son continuas.

☐ Verdadero

☐ Falso

4. El gradiente apunta en la direccion de _____.

5. Relaciona cada concepto con su orden:

5.	Gradiente	-----
5.	Hessiana	-----
5.	Jacobiano	-----
5.	Punto de silla	-----

Opciones: Primer orden · Segundo orden · Primer orden vectorial · Clasificacion con H

Recursos adicionales

VIDEO

Derivadas parciales y gradiente

Explicacion visual del gradiente y derivadas parciales.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=gDDGAEo1bXE>

Wikipedia: Jacobian matrix https://en.wikipedia.org/wiki/Jacobian_matrix_and_determinant
Referencia completa sobre el Jacobiano y sus aplicaciones.

6. Por que crees que la retropropagacion en redes neuronales se puede ver como una cadena de Jacobianos?

Referencia curricular

Materia:	Ciencia de Datos e IA
-----------------	-----------------------

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc-008-derivadas-parciales-jacobiano-hessiano>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat