

L U M B R E



Sucesiones y noción de límite

Grado: 1

Materia: Cálculo Diferencial · Matemáticas

11/10/2026

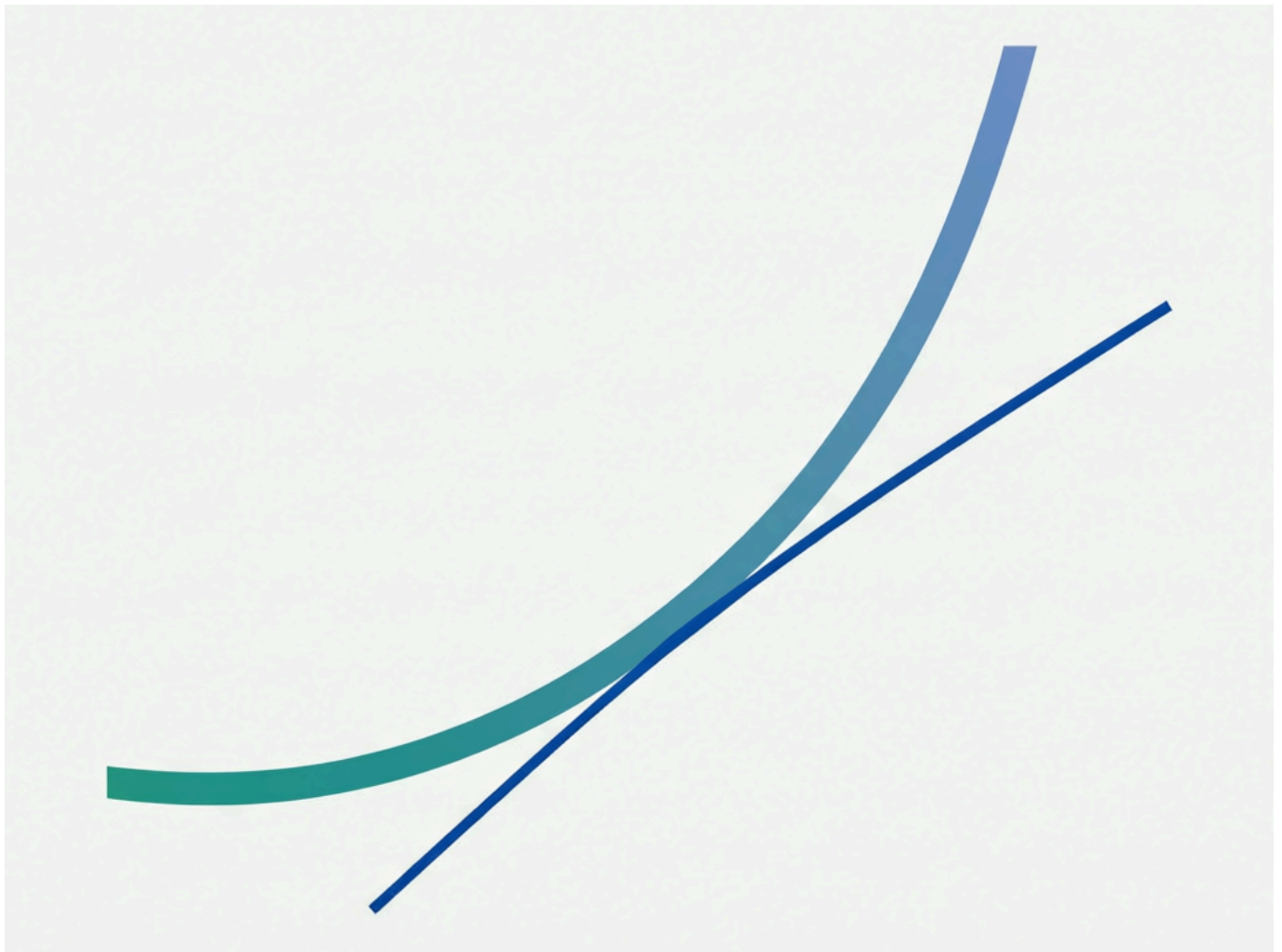
Antes de empezar

«Acercarse sin llegar» es la idea que fundó el cálculo. Una sucesión puede tener un destino aunque nunca lo toque: ese destino es su límite.

QUÉ APRENDERÁS

- Intuye el límite de una sucesión observando su comportamiento al infinito, lo calcula en casos elementales y distingue sucesiones que convergen de las que divergen.

Sucesiones y noción de límite



Conceptos clave del calculo diferencial: limites, derivadas y optimizacion.

Mapa conceptual

- **Calculo Diferencial**
 - Límites
 - Sucesiones
 - Funcion

- Continuidad
- Derivada
 - Razon de cambio
 - Reglas
 - Cadena
- Aplicaciones
 - Recta tangente
 - Aproximacion
 - Razones relacionadas
- Optimizacion
 - Maximos minimos
 - Gradiente
 - Multivariable

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



La idea que gobierna todo

Una sucesión es una lista infinita de números ordenados: $a_1, a_2, a_3, \dots$. Decir que su límite es L no significa que algún término VALE L , sino que a partir de un punto todos los términos están tan cerca de L como tú exijas.

Ejemplo canónico: $a_n = 1/n$ produce $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots$. Los términos bajan y se apiñan alrededor de 0. Ninguno vale 0 ($1/n$ nunca es 0), pero se acercan tanto como se quiera: decimos que el límite de $1/n$ es 0 cuando n tiende a infinito.

Converger es «apiñarse» en un valor; divergir es irse al infinito o quedarse saltando entre valores sin decidirse.

Sucesión	Primeros términos	¿A qué se acerca?	Converge
$a_n = 1/n$	1; 0.5; 0.333; 0.25; ...	0	sí
$a_n = 2 + 1/n$	3; 2.5; 2.333; 2.25; ...	2	sí
$a_n = n/(n+1)$	0.5; 0.667; 0.75; 0.8; ...	1	sí
$a_n = n$	1; 2; 3; 4; ...	crece sin cota	no (diverge)
$a_n = (-1)^n$	-1; 1; -1; 1; ...	oscila, no se apiña	no (diverge)

La idea formal, sin el rigor pesado

Decir que a_n tiende a L significa: si alguien me reta a estar a menos de una distancia ε (épsilon) de L , puedo encontrar un índice N a partir del cual TODOS los términos cumplen esa exigencia. Cuanto más estricto sea el reto (ε más pequeño), más lejos tengo que mirar (N más grande), pero siempre puedo hacerlo.

Cómo estudiar esto

No te pelees con la definición epsilon- N en la primera lectura: quédate con la versión útil «los términos se apiñan en L y pueden apiñarse tanto como se pida». La formalización existe para quitar ambigüedad, no para el cálculo cotidiano.

Lee el comportamiento en la gráfica

$1/n$ se apiña alrededor de 0 sin tocarlo nunca

$$f(x) = 1/x - a_n = 1/n$$

$$f(x) = 0 - \text{asíntota: el destino } L = 0$$

El gráfico cartesiano interactivo es interactivo en la versión online.



La curva $1/x$ toca la recta $y = 0$ solo «en el infinito». Esa recta es la asíntota horizontal: el destino al que la sucesión se acerca sin alcanzar. Es la imagen geométrica del límite.

1. ¿Cuál es el límite de la sucesión $a_n = 3 + 1/n$ cuando n tiende a infinito?

- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ infinito
- ☐ no existe

2. Si el límite de una sucesión existe, entonces alguno de sus términos debe ser igual a ese límite.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

3. Clasifica cada sucesión según si converge o diverge.

Elementos:

- $a_n = 1/n^2$
- $a_n = 5n + 2$
- $a_n = (2n+1)/n$
- $a_n = 2^n$
- $a_n = 7$ (constante)
- $a_n = (-1)^n \cdot n$
- $a_n = 1000/n$

Converge	. . .
Diverge	. . .

Contracjemplos que hay que tener en la cabeza

- $(-1)^n$ acota entre -1 y 1 pero NO converge: se niega a apiñarse en un solo valor.
- $\ln(n)$ crece sin cota, aunque cada vez más despacio: crecer sin límite sigue siendo divergencia.
- Una sucesión puede tener términos enormes al principio y aun así converger: al límite solo le importa la cola.

Ejemplo resuelto

1. ¿Converge $a_n = (3n + 1)/(n + 2)$?
2. Divide numerador y denominador entre n , la potencia dominante.
3. Queda $(3 + 1/n)/(1 + 2/n)$.
4. Cuando n crece, $1/n$ y $2/n$ se acercan a 0 .
5. El límite es $3/1 = 3$: la sucesión converge a 3 .

En ciencia de datos los límites aparecen sin que los nombres: una serie que debe converger para que exista una probabilidad total, un algoritmo iterativo cuya sucesión de errores debe tender a 0 , o el comportamiento asintótico de un estimador cuando el tamaño de muestra crece.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

4. Vocabulario del límite



Límites de sucesiones (repaso formal) https://www.educacion.es/curriculum/roc_padres_padres/conocimiento/los-limites-de-las-sucesiones.html Definición formal y criterios de convergencia, para consolidar la intuición.

5. Escribe las primeras seis cifras del límite de $a_n = (5n - 3)/(2n + 7)$ comprobando con valores crecientes de n , explica por qué tu cálculo de los primeros términos puede engañarte y formula la conjetura del límite exacto.

3Blue1Brown: Calculus <https://www.3blue1brown.com/topics/calculus> Serie visual de cálculo diferencial con intuición geométrica.

ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

**6. Compuerta de dominio:
Sucesiones y noción de límite**



Referencia curricular

Grado:	1
Materia:	Cálculo Diferencial · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc1-001-sucesiones-y-nocion-de-limite>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat