

L U M B R E



Límite de una función

Grado: 1

Materia: Cálculo Diferencial · Matemáticas

11/10/2026

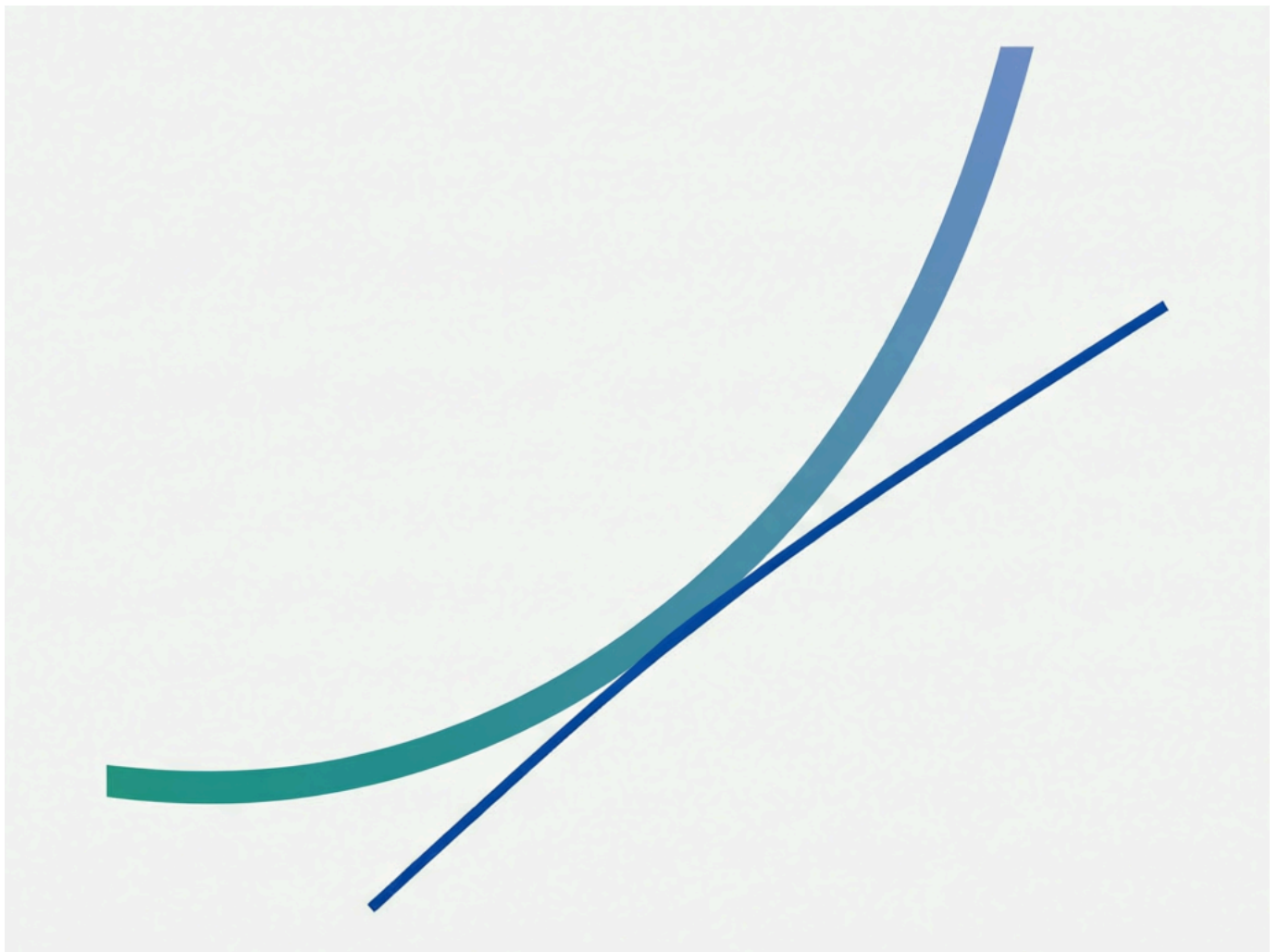
Antes de empezar

Sustituir resuelve el 80 % de los límites; cuando da $0/0$ hay que manipular la expresión. Y a veces el límite sencillamente no existe.

QUÉ APRENDERÁS

- Calcula límites de funciones por sustitución, factorización y racionalización, y detecta los casos en que el límite no existe por desacuerdo lateral.

Límite de una función



Conceptos clave del cálculo diferencial: límites, derivadas y optimización.

Mapa conceptual

- **Cálculo Diferencial**
 - Límites
 - Sucesiones
 - Función
 - Continuidad

- Derivada
 - Razon de cambio
 - Reglas
 - Cadena
- Aplicaciones
 - Recta tangente
 - Aproximacion
 - Razones relacionadas
- Optimizacion
 - Maximos minimos
 - Gradiente
 - Multivariable

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Cerca pero sin tocar

Un límite pregunta «¿a qué valor se acerca $f(x)$ cuando x se acerca a a ?», no «cuánto vale $f(a)$ ». Esa diferencia es toda la materia: una función puede no estar definida en a y tener allí un límite perfecto.

El primer intento siempre es sustituir. Si f es razonable y el denominador no se anula, $\lim f(x)$ cuando x tiende a a es simplemente $f(a)$. Cuando la sustitución da $0/0$ o ∞/∞ tienes una **indeterminación**: hace falta álgebra.

Caso $0/0$: factorizar

Factorizar el numerador

$$x^2 - 1 \implies (x - 1)(x + 1)$$

La diferencia de cuadrados revela el factor $(x - 1)$ que causa el 0 en el denominador y que después cancela.

Para $\lim (x^2 - 1)/(x - 1)$ cuando x tiende a 1, sustituir da $0/0$. Pero $(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$, así que el cociente es $(x + 1)$ siempre que $x \neq 1$, y el límite es $1 + 1 = 2$. El valor en $x = 1$ es irrelevante: la función no está definida ahí, pero el límite sí existe.

Por qué se puede cancelar

Cancelar un factor que se anula es exactamente «borrar» el punto problemático de la expresión, y eso está permitido en un límite porque sólo importan los valores CERCANOS a a , nunca el valor en a .

Cuando el límite no existe

Si al acercarse a a por la izquierda y por la derecha se obtienen valores distintos, el límite no existe. El ejemplo tipo es $f(x) = x/x$: vale -1 para x negativo y $+1$ para x positivo.

La curva coincide con $x+1$ salvo en $x=1$: el hueco no borra el límite

$f(x) = (x^2 - 1)/(x - 1)$ – se simplifica a $x+1$ (con hueco en $x=1$)

$f(x) = 2$ – el valor límite

El gráfico cartesiano interactivo es interactivo en la versión online.

**1. ¿Cuánto vale $\lim (x^2 - 9)/(x - 3)$ cuando x tiende a 3?**

- ☐ 0
- ☐ 3
- ☐ 6
- ☐ no existe

2. Si $f(2)$ no está definida, entonces $\lim$ cuando x tiende a 2 de $f(x)$ tampoco puede existir.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

3. Une cada expresión (x tiende al valor indicado) con el resultado del límite.

3.	left	-----
3.	left	-----
3.	left	-----
3.	left	-----
3.	left	-----

Opciones: right · right · right · right · right

Gotchas frecuentes

- Responder « $0/0 = 1$ » o « $0/0$ no existe»: $0/0$ no es un número, es una bandera para ponerse a manipular.
- Cancelar sin justificar: sólo puedes cancelar un factor si x no vale exactamente el punto prohibido, cosa que en un límite siempre puedes asumir.
- Racionalizar mal el signo: al multiplicar por el conjugado, cuidado con los productos notables.

Ejemplo resuelto

1. Calcula $\lim (\sqrt{x} - 2)/(x - 4)$ cuando x tiende a 4.
2. Sustituir da $0/0$: hay indeterminación.
3. Multiplica arriba y abajo por el conjugado $(\sqrt{x} + 2)$.
4. Arriba queda $x - 4$; abajo $(x - 4)(\sqrt{x} + 2)$.
5. Cancela $(x - 4)$ y sustituye: $1/(\sqrt{4} + 2) = 1/4$.

En modelos, los límites laterales son lo que hace que una función de pérdida o una activación (p. ej. ReLU) sean tratables: saber si una función es continua y acotada cerca de un punto decide si el algoritmo numérico convergerá o explotará.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

4. Recetas de cálculo



Límites de funciones (repaso formal) https://www.educacion.es/curriculum/roc_padres_padres/conocimiento/los-limites-de-funciones.html Técnicas algebraicas de resolución y criterios de inexistencia.

5. Sin aplicar la regla de L'Hôpital, resuelve $\lim (x^3 - 1)/(x - 1)$ para $x \rightarrow 1$ usando factorización y comprueba el resultado con valores numéricos muy cercanos a 1 por ambos lados.

3Blue1Brown: Calculus <https://www.3blue1brown.com/topics/calculus> Serie visual de calculo diferencial con intuicion geometrica.

ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

6. Compuerta de dominio: Límite de una función



Referencia curricular

Grado:	1
Materia:	Cálculo Diferencial · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc1-002-limite-de-una-funcion>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat