

L U M B R E



Cuadernillo de problemas resueltos: límites y derivadas

Materia: Ciencia de Datos e IA

11/10/2026

Antes de empezar

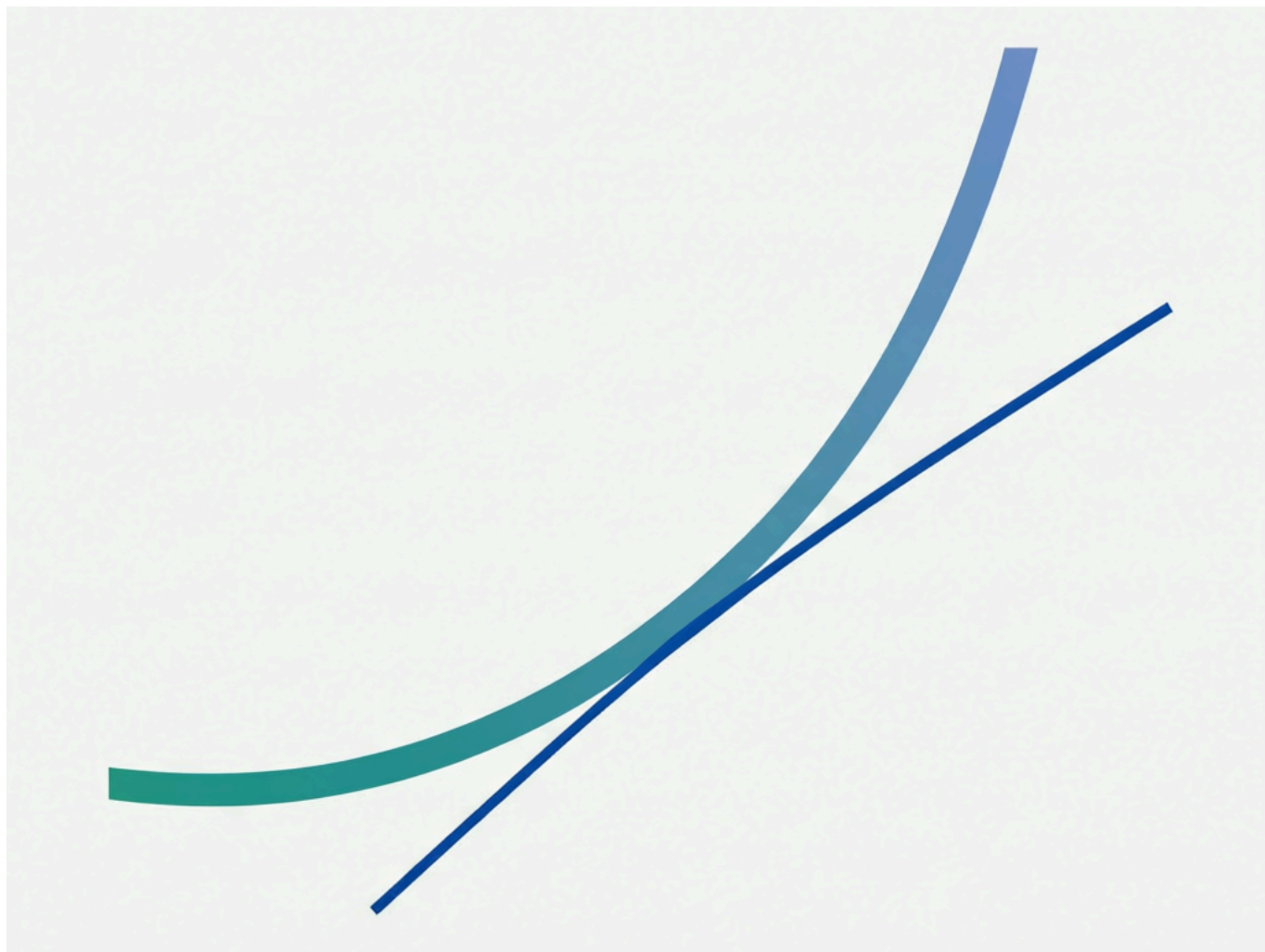
Banco de ejercicios resueltos de Calculo Diferencial: limites indeterminados, regla de la cadena, recta tangente, escalera que desliza y caja de volumen maximo, con mapa de estrategias y autoexamen cronometrado.

QUÉ APRENDERÁS

- Dominar los calculos de limites, derivadas y sus aplicaciones (tangentes, razones relacionadas, optimizacion) con nueve problemas resueltos paso a paso y autoexamen.

Cuadernillo de problemas resueltos: limites y derivadas

El calculo diferencial es el idioma en el que estan escritas las reglas de optimizacion de machine learning. Este cuadernillo entrena la mecanica: nueve problemas clasicos resueltos con todos los pasos visibles, desde el limite de una fraccion indeterminada hasta el problema de la caja que maximiza volumen, pasando por la regla de la cadena y los problemas de razones relacionadas. Trabaja con papel, lapiz y cronometro: la fluidez se mide en tiempo, no en memoria.



La derivada es pendiente en un punto: el motor de todo algoritmo de descenso de gradiente.

Como estudiar con este cuadernillo

Orden sugerido: problemas 1 a 4 (límites y continuidad), después 5 a 7 (reglas de derivación) y por último 8 y 9 (aplicaciones). Cuando termines, el autoexamen simula un examen real: 20 minutos, sin apuntes.

Bloque 1 · Límites y continuidad

Problema 1. Calcula el límite de $(x^2 - 4)/(x - 2)$ cuando x tiende a 2.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**1. Solución paso a
paso**



Problema 2. Calcula el límite de $\sin(3x)/x$ cuando x tiende a 0.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**2. Solución paso a
paso**



Problema 3. Calcula el límite de $(3x^2 + 1)/(2x^2 - x)$ cuando x tiende a infinito.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**3. Solución paso a
paso**



Problema 4. Sea $f(x) = x^2 + c$ si $x \leq 1$, y $f(x) = 2x - 1$ si x mayor que 1. ¿Que valor de c hace continua f en $x = 1$?

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**4. Solución paso a
paso**



Error frecuente

Crear que un límite "no existe" porque la función no está definida en el punto. El límite describe el comportamiento CERCA del punto, no EN el punto. $(x^2 - 4)/(x - 2)$ tiene límite 4 aunque la función no exista en 2.

Bloque 2 · Reglas de derivación

Problema 5. Deriva $f(x) = x^2 - 3x$ usando la definición de derivada como límite.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**5. Solución paso a
paso**



Problema 6. Deriva $y = (5x^2 + 1)^3$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

6. Solución paso a paso



Problema 7. Sea $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Halla $f'(x)$ y la ecuación de la recta tangente en $x = 1$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

7. Solución paso a paso



Bloque 3 · Aplicaciones

Problema 8 (razones relacionadas). Una escalera de 5 m apoyada en un muro desliza: su pie se aleja a 1 m/s cuando esta a 3 m del muro. ¿A qué velocidad resbala la parte alta?

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

8. Solución paso a paso



Problema 9 (optimización). De una lámina cuadrada de 12×12 cm se cortan cuadrados iguales de lado x en las esquinas para doblar una caja abierta. ¿Qué x maximiza el volumen?

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

9. Solución paso a paso



Mapa de estrategias

Caja de herramientas de límites y derivadas

- Cálculo diferencial

- Límites
 - $0/0 \rightarrow$ factorizar o racionalizar
 - $\sin(t)/t \rightarrow 1$
 - infinito $\rightarrow$ manda el grado mayor
- Derivadas
 - Suma y producto
 - Cociente
 - Cadena: capas de fuera a dentro
- Aplicaciones
 - Tangente: $f(a) + f'(a)(x-a)$
 - Razones relacionadas: derivar implícito en t
 - Optimizar: críticos + signo de f'

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Autoexamen cronometrado (20 minutos)

10. Calcula el límite de $(x^2 - 9)/(x - 3)$ cuando x tiende a 3.

Respuesta:

11. ¿Cuál es la derivada de x^3 evaluada en $x = 2$?

Respuesta:

12. Calcula el límite de $\sin(5x)/x$ cuando x tiende a 0.

Respuesta:

13. ¿Cuál es la derivada de $(3x + 1)^4$?

- ☐ $4(3x + 1)^3$
- ☐ $12(3x + 1)^3$
- ☐ $(3x + 1)^3$
- ☐ $3(3x + 1)^3$

14. La función valor absoluto $|x|$ es derivable en $x = 0$.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

15. Con el problema de la caja de 12×12 , ¿cual es el volumen maximo en cm^3 ?

Respuesta:

Video de repaso

VIDEO

El calculus, esencialmente: limites y derivadas

La intuicion geometrica detras de los limites y derivadas que practicaste.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=WUvTyaaowk0>

Para profundizar

Khan Academy: Calculo diferencial <https://www.khanacademy.org/math/differential-calculus>
Banco de ejercicios con solucion por pasos.

Pauls Online Notes: Calculus I <https://tutorial.math.lamar.edu/classes/calci/calci.aspx>
Notas completas con ejemplos resueltos, nivel universitario.

16. El problema de la caja alcanza su maximo cuando $V' = 0$. En entrenamiento de modelos rara vez el optimo cae "redondo": ¿por que crees que los algoritmos suben y bajan en zigzag cerca del minimo?

Para mirarlo de otra manera

La derivada es una velocidad

Si una función te dice **dónde** estás en cada instante, su derivada te dice **qué tan rápido y hacia dónde** te mueves en ese instante: es tu velocidad.

Pendiente pronunciada = cambia rápido = derivada grande. Zona plana = derivada cerca de cero.

Míralo como la pendiente de la recta

La recta que "resbala" sobre la curva

En cada punto traza la recta tangentita que mejor imita a la curva. Su **pendiente** (cuánto sube por cada paso horizontal) ES el valor de la derivada en ese punto.

1. Curva subiendo → pendiente positiva → derivada > 0 .
2. Curva bajando → pendiente negativa → derivada < 0 .
3. Cima o fondo de una montaña → recta horizontal → derivada $= 0$.

Referencia curricular

Materia:	Ciencia de Datos e IA
-----------------	-----------------------

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc1-011-cuaderno-limites-y-derivadas-resueltos>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat