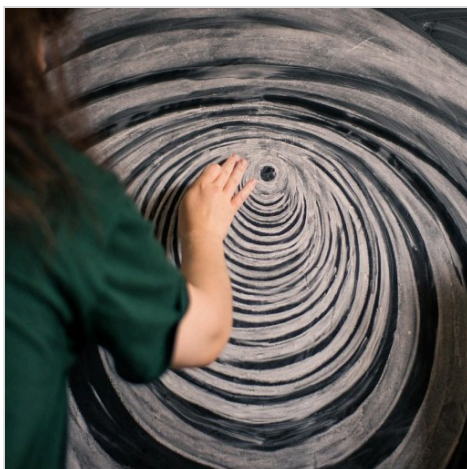


L U M B R E



Integración por sustitución

Grado: 2

Materia: Cálculo Integral · Matemáticas

11/10/2026

Antes de empezar

Muchas integrales se resuelven cambiando el foco a una parte de la función que se repite. La sustitución es la derivada compuesta al revés: detectas una función y su derivada dentro del integrando y simplificas el problema.

QUÉ APRENDERÁS

- Reconocer el patrón de la regla de la cadena inversa e integrar por sustitución de variable.

Integración por sustitución



El calculo integral: antiderivadas, tecnicas de integracion y aplicaciones.

Mapa conceptual

- **Calculo Integral**
 - Antiderivadas
 - Integral indefinida

- Constante C
- Regla de potencia
- Técnicas
 - Sustitución u
 - Partes
 - Fracciones parciales
- Integral definida
 - Área bajo curva
 - Teorema FTC
 - Valor medio
- Impropia
 - Límites infinitos
 - Discontinuidad
 - Convergencia
- Multivariable
 - Jacobiano
 - Hessiano
 - Taylor

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



La cadena al revés

Cuando veas una función compuesta multiplicada por la derivada de su interior, ya tienes la integral casi resuelta: es la regla de la cadena funcionando hacia atrás. Aprender a ver ese patrón ahorra muchos cálculos.

La idea

Al derivar funciones compuestas usaste la regla de la cadena: la derivada de F de g de x es F de g por g . Integrar por sustitución revierte exactamente eso: si el integrando tiene la forma f de g por g , lo reconoces como derivada de cadena y reduces la integral.

Elegir u

- Identifica una «parte de dentro» que se derive a otra parte presente.

- Sea u esa función interior; calcula du (su diferencial).
- Reescribe toda la integral en términos de u , incluida dx .
- Integra en u y vuelve a la variable original al final.

El patrón que buscas

Buscas algo elevado a una potencia por su derivada, o un argumento dentro de una función por la derivada de ese argumento. Si aparece $2x$ por fuera de x al cuadrado más 1, es señal de sustitución con u igual al interior.

Un ejemplo resuelto

Integral de $2x$ por e a x al cuadrado. Tomo u igual x al cuadrado; entonces du igual $2x$ de x . La integral queda integral de e a u de u igual e a u igual e a x al cuadrado. La sustitución convirtió algo feo en una exponencial trivial.

Diferenciales

La notación con du es poderosa: du igual g de x por dx te deja «sustituir un bloque por otro» en la integral. Solo recuerda que todo el integrando debe traducirse a u : si sobra una x suelta sin su diferencial emparejado, algo falla.

Ajustar constantes

A veces du sale multiplicado por un número (du igual $2x$ de x cuando querías x de x). Se compensa con constantes, que salen fuera de la integral sin problema. Un factor constante no rompe la sustitución.

Límites en integrales definidas

En una integral definida puedes cambiar los límites al mismo tiempo que cambias de variable: si u igual g de x , calcula $u(a)$ y $u(b)$ y evalúa directamente en u . Así no necesitas volver a la variable original. Otra opción es revertir la sustitución antes de evaluar.

La sustitución bien hecha no deja restos de la variable vieja.

Paso	Qué haces	Comprobación
Elegir u	la función interior que se repite	aparece su derivada
Calcular du	diferencial de u	cubre el resto del integrando
Reescribir	todo en u	no queda ninguna x suelta
Integrar y volver	primitiva en u , luego en x	derivar da el integrando original

1. Para integrar $2x$ por coseno de x al cuadrado, ¿qué sustitución es la natural?

- ☐ u igual coseno
- ☐ u igual x al cuadrado
- ☐ u igual $2x$
- ☐ u igual x al cuadrado más 1

Reconocer sin forzar

No todo se integra por sustitución. Si no ves el patrón (función interior por su derivada), puede que necesites otro método (partes, fracciones parciales...). Intentar una sustitución forzada es una pérdida de tiempo; mejor diagnosticar la forma primero.

Sustituciones que simplifican

A veces u no es el «interior» evidente sino un bloque que limpia la expresión: una raíz, un denominador. La regla de oro: prueba el u cuya derivada te deje la integral más simple, no solo la más estéticamente correcta.

Errores frecuentes

- Dejar una x sin traducir tras el cambio: la integral mixta en u y x está mal.
- Olvidar volver a la variable original al final de una sustitución.
- Ajustar mal los límites en una integral definida cambiada de variable.

2. Integrar por sustitución es, en esencia, invertir la regla de la cadena de la derivación.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

Con práctica, a la vista

Al principio se busca u con ensayo y error; con tiempo, reconoces el patrón de golpe. Como leer música: primero nota a nota, luego ves acordes. El objetivo es que « $2x$ por e a x al cuadrado» te evoque inmediatamente la primitiva.

3. Ordena los pasos de la sustitución:

Elementos:

- elige u igual a la función interior
- calcula du igual g de x dx
- reescribe todo en u e integra
- regresa de u a x

Elegir	. . .
Diferencial	. . .
Sustituir	. . .
Volver	. . .

VIDEO

Video complementario

Recurso audiovisual para reforzar los conceptos.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=ZvRMU5XGmUI>

4. Integra x por la raíz de x al cuadrado más 1 usando sustitución. Indica tu elección de u , el diferencial y verifica derivando tu primitiva.

3Blue1Brown: Calculus <https://www.3blue1brown.com/topics/calculus> Serie visual de calculo integral y diferencial.

Referencia curricular

Grado:	2
Materia:	Cálculo Integral · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc2-004-integracion-por-sustitucion>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat