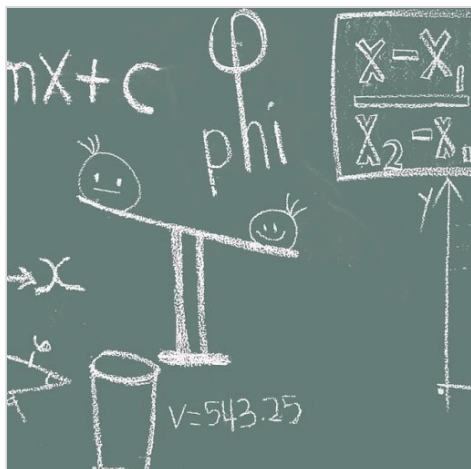


L U M B R E



Integración por partes

Grado: 2

Materia: Cálculo Integral · Matemáticas

11/10/2026

Antes de empezar

Cuando el integrando es un producto que no encaja en ninguna sustitución, entra en juego la integración por partes: la contrapartida de la regla del producto para derivar. Saber qué parte diferenciar y qué parte integrar convierte un producto difícil en uno más simple.

QUÉ APRENDERÁS

- Aplicar la fórmula de integración por partes a productos de funciones, eligiendo bien qué factor derivar y cuál integrar, incluidas las tablas LIATE y los casos recursivos.

Integración por partes



El calculo integral: antiderivadas, tecnicas de integracion y aplicaciones.

Mapa conceptual

- **Calculo Integral**

- Antiderivadas
 - Integral indefinida
 - Constante C
 - Regla de potencia
- Tecnicas
 - Sustitucion u
 - Partes
 - Fracciones parciales
- Integral definida
 - Area bajo curva
 - Teorema FTC
 - Valor medio
- Impropia
 - Limites infinitos
 - Discontinuidad
 - Convergencia
- Multivariable
 - Jacobiano
 - Hessiano
 - Taylor

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



La regla del producto, al revés

La derivada de un producto genera dos términos. Al despejar e integrar esa identidad aparece una regla que trueca una integral difícil por otra más fácil: integral de $u \, dv$ igual $u \, v$ menos integral de $v \, du$.

De dónde sale la fórmula

Arrancas de la regla del producto: la derivada de u por v es $u'v + u \, v'$. Despejas el término $u'v$ y integras ambos lados. El primer miembro se recompone como $u \, v$, y del segundo desaparece la integral. Lo que queda es la fórmula de integración por partes, que transfiere la derivada de un factor al otro.

Qué es u y qué es dv

En el integrando identificas dos piezas: u , que vas a diferenciar, y dv , que vas a integrar. Calculas du (derivando u) y v (integrando dv). La nueva integral que aparece, integral de $v du$, debe ser más simple que la original. Si es más complicada, elegiste mal el reparto.

La regla LIATE

Para elegir u sin dudas, la heurística LIATE ordena los tipos de función por prioridad al ponerlas como u : Logarítmicas, Inversamente trigonométricas, Algebraicas (potencias, polinomios), Trigonométricas y Exponenciales. La que aparezca primero en la lista es la que se deriva; la restante se integra.

Primer ejemplo: x por e^x

El integrando es un producto de una potencia por una exponencial. Por LIATE, u igual x (algebraica) y dv igual $e^x dx$. Entonces du igual dx y v igual e^x . La fórmula da $x e^x$ menos integral de $e^x dx$, que es $x e^x$ menos e^x más C . El factor x desapareció al derivar y la integral se volvió trivial.

Cuando toca repetir

Si el integrando lleva x al cuadrado por e^x , tras una primera partes queda un x por e^x todavía productivo. Vuelves a aplicar la misma regla sobre la integral restante. Los polinomios se consumen grado a grado: cada aplicación baja una potencia, hasta que el término algebraico se anula.

Casos recursivos

Hay integrales donde las partes te devuelven la integral original, multiplicada por una constante, pero con el signo cambiado: es el caso de e^x por $\sin x$. Ese eco es una ventaja: pasas la integral repetida a la izquierda de la ecuación, despejas y obtienes el valor sin haberla calculado del modo duro.

Integrales que solo se rinden aquí

Ciertas funciones no tienen primitiva elemental por otro camino. El logaritmo natural de x se integra por partes tomando u igual al logaritmo y dv igual dx : al derivar el logaritmo queda una fracción simple y el resultado, $x \log x$ menos x más C , aparece casi solo.

Estrategia de elección

1. Separa el producto en dos factores y prueba a poner cada uno como u .
2. Usa LIATE como desempate cuando dudes entre dos candidatos.
3. Antes de lanzarte, comprueba que derivar tu elegido lo simplifica y que el otro es integrable.
4. Al terminar, deriva el resultado para confirmar que recuperas el integrando.

Cuándo NO usar partes

Si un factor es la derivada exacta del otro, tienes una sustitución disfrazada, no una integración por partes. La regla es: si reconoces el patrón f de g por g prima, ve directo a la sustitución. Partes es para los productos tercos donde ninguna sustitución natural funciona.

Signos y concentración

El error clásico es un despiste con un signo al aplicar menos integral de $v du$. Como el método suele encadenar varios pasos, un signo torcido en el primero contamina todo el resto. Escribe cada pieza claro antes de ensamblar.

La elección de u decide si la nueva integral será más fácil o un laberinto.

Tipo de integrando	U elegida (LIATE)	Por qué funciona
potencia por exponencial	la algebraica	derivar baja el exponente hasta anularlo
potencia por seno o coseno	la algebraica	consume el polinomio en pocas partes
solo logaritmo	el logaritmo	al derivarlo queda una fracción simple
exponencial por trigonométrica	cualquiera	la integral vuelve y se despeja

1. En la integral de x por e^{ax} dx , ¿qué elección de u hace que el método funcione?

- ☐ u igual e^{ax}
- ☐ u igual x
- ☐ u igual $x e^{ax}$
- ☐ dv igual x

Verificación siempre

Toda primitiva obtenida por partes debe pasar el control de calidad: deriva tu respuesta. Al aplicar la regla del producto a $u v$ menos integral de $v du$, el resultado debe ser exactamente el integrando original. Si no lo es, revisa v y du .

Partes definidas

En integrales definidas, el término u v se evalúa entre los límites y la integral restante se calcula igualmente por partes. Cuidado con arrastrar los límites a cada subcálculo: es fuente frecuente de errores numéricos.

Integraciones encadenadas

Algunos integrandos requieren repetir partes tantas veces como grado tenga el polinomio. Para x al cubo por e a x son tres aplicaciones. Conviene organizar el trabajo en una tabla que registre cada u , cada dv , y el signo alternante, para no perder término por el camino.

Errores frecuentes

- Elegir u de modo que la nueva integral resulte más difícil que la original.
- Perder un signo al escribir menos integral de v du .
- Olvidar la constante C al acabar una integral indefinida por partes.

2. La integración por partes se deduce de la regla del producto de la derivación.

☐ Verdadero

☐ Falso

Elección con criterio

Aunque LIATE ayuda, la última palabra la tiene el sentido común: la buena elección es la que integra limpio. Cuando un truco memorizado y la evidencia del cálculo discrepan, haz caso al cálculo.

3. Ordena los pasos de una integración por partes:

Elementos:

- separa el producto en u y dv
- calcula derivando u su diferencial du
- calcula integrando dv su primitiva v
- aplica $u v$ menos integral de $v du$

Identificar	. . .
Diferenciar	. . .
Integrar	. . .
Ensamblar	. . .

Wikipedia https://en.wikipedia.org/wiki/Integration_by_parts Formulación y ejemplos adicionales de integración por partes.

VIDEO

Video complementario

Recurso audiovisual para reforzar los conceptos.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=ZvRMU5XGmUI>

4. Integra x por coseno de x dx por partes. Explica por qué elegiste u igual x y no u igual coseno, y verifica tu resultado derivando.

3Blue1Brown: Calculus <https://www.3blue1brown.com/topics/calculus> Serie visual de calculo integral y diferencial.

Referencia curricular

Grado:	2
Materia:	Cálculo Integral · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc2-005-integracion-por-partes>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat