

L U M B R E



Cuadernillo de problemas resueltos: integrales y aplicaciones

Materia: Ciencia de Datos e IA

11/10/2026

Antes de empezar

Ocho problemas resueltos paso a paso de Calculo Integral, con mapa de estrategias y autoexamen cronometrado de 6 preguntas con clave.

QUÉ APRENDERÁS

- Dominar las tecnicas de integracion (sustitucion, partes, teorema fundamental) y sus aplicaciones: areas, volúmenes, valor medio, impropias y ecuaciones diferenciales elementales.

Cuadernillo de problemas resueltos: integrales y aplicaciones

Este cuadernillo es tu banco de ejercicios con solucion detallada de Calculo Integral. Integrar es la operacion inversa de derivar, y en ciencia de datos aparece cada vez que acumulas: area bajo una curva de densidad, perdida total, probabilidad, gradiente integrado. Como siempre: intenta cada problema cinco minutos en papel antes de revelar la solucion; si necesitas leerla, tapala y reescribela tu solo.



La integral empieza como suma: el area bajo la curva es el limite de infinitos rectangulos.

Como usar este cuadernillo

Ocho problemas resueltos cubren sustitucion, integracion por partes, teorema fundamental, areas entre curvas, valor medio, impropias, volúmenes y ecuaciones diferenciales basicas. Despues, mapa de estrategias y autoexamen cronometrado de 20 minutos con clave.

Bloque 1 · Tecnicas de integracion

Problema 1. Calcula la integral $\int 2x \cdot (x^2 + 1)^6 dx$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**1. Solucion paso a
paso**



Problema 2. Calcula $\int x \cdot e^x dx$ por integración por partes.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

2. Solucion paso a paso



Error frecuente

Elegir u al revés en partes: si tomas $u = e^x$ y $dv = x dx$, la integral saliente $\int e^x \cdot (x^2/2) dx$ es MAS complicada que la original. La elección buena es la que hace decrecer u al derivar.

Bloque 2 · Teorema fundamental y areas

Problema 3. Si $F(x) = \int_0^x (t^2) \sin(t) dt$, calcula $F'(x)$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

3. Solucion paso a paso



Problema 4. Halla el area encerrada entre la parabola $y = x^2$ y la recta $y = x + 2$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

4. Solucion paso a paso



Problema 5. Halla el valor medio de $f(x) = x^2$ en $[0, 3]$ y un punto donde la funcion alcanza ese valor medio.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

5. Solucion paso a paso



Bloque 3 · Impropias, volúmenes y ecuaciones

Problema 6. Decide si converge $\int_1^\infty 1/x^2 dx$ y calcula su valor; compáremos con $\int_1^\infty 1/x dx$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**6. Solucion paso a
paso**



Conexion con datos

Las colas de las distribuciones de probabilidad viven de esto: una densidad puede extenderse al infinito solo si su cola integra 1 (como x^{-2}). Las distribuciones de cola pesada (Pareto en ingresos o tamaño de archivos) convergen apenas: por eso la media puede no existir.

Problema 7. La region entre $y = x$ y el eje X en $[0, 1]$ gira alrededor del eje X. Halla el volumen del solido (metodo del disco).

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**7. Solucion paso a
paso**



Problema 8. Resuelve la ecuacion diferencial $dy/dx = 3x^2$ con condicion inicial $y(0) = 1$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

**8. Solucion paso a
paso**



Mapa de estrategias

Que tecnica de integracion uso

- Integrales

- Interna derivada presente
 - Sustitucion $u =$ interna
 - Cambiar todo a u y du
- Producto de familias
 - Partes con LIATE
 - u debe morir al derivar
- Limites concretos
 - TFC + Barrow
 - Cadena si el limite es funcion
- Aplicaciones
 - Area: arriba menos abajo
 - Volumen: $\pi \int r(x)^2 dx$
 - Media: integral entre longitud
- Infinito
 - Impropias: limite de R
 - Criterio p : p mayor que 1 converge

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Autoexamen cronometrado (20 minutos)

Resuelve en papel sin mirar arriba y luego responde aqui. Con 5 de 6 apruebas el bloque.

9. Calcula la integral definida $\int_0^2 3x^2 dx$.

Respuesta:

10. ¿Cual es la primitiva de $\cos(x)$?

- ☐ $-\sin(x) + C$
- ☐ $\sin(x) + C$
- ☐ $\cos(x) + C$
- ☐ $-\cos(x) + C$

11. La integral impropia $\int_1^\infty 1/x dx$ converge.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

12. Halla el area entre $y = x$ y $y = x^2$ en $[0, 1]$ (entre curvas, no bajo una).

Respuesta:

**13. En integracion por partes, la formula es $\int u \, dv = uv - \int$
_____ du .**

14. Empareja cada integral con la tecnica que le corresponde.

14.	$\int 2x(x^2+1)^6 \, dx$	-----
14.	$\int x \cdot e^x \, dx$	-----
14.	$d/dx \int_0^x (x^2) \, \text{sen } t \, dt$	-----
14.	$\int_1^\infty x^{-2} \, dx$	-----

Opciones: Sustitucion · Partes (LIATE) · TFC con cadena · Improperia con limite

Video de repaso

VIDEO

Integral: video complementario de repaso

Repaso visual de tecnicas de integracion y sus aplicaciones.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=ZvRMU5XGmUI>

Para profundizar

Khan Academy: Calculo integral <https://www.khanacademy.org/math/integral-calculus>

Ejercicios graduados con retroalimentacion inmediata.

LibreTexts: Calculus (abierto y gratuito) [https://math.libretexts.org/Bookshelves/Calculus/Calculus_\(OpenStax\)](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Calculus/Calculus_(OpenStax)) Capitulo 5 y 6 completos con soluciones selectas.

15. El problema 6 explica por que existe la media de una normal pero no la de ciertas Pareto de colas muy pesadas: busca un dataset real de ingresos o tamanos de fichero y comprueba si su cola "integral". ¿Que le pasa a la media muestral cuando la teorica no existe?

Referencia curricular

Materia:	Ciencia de Datos e IA
-----------------	-----------------------

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-calc2-008-cuaderno-integrales-y-aplicaciones-resueltos>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat