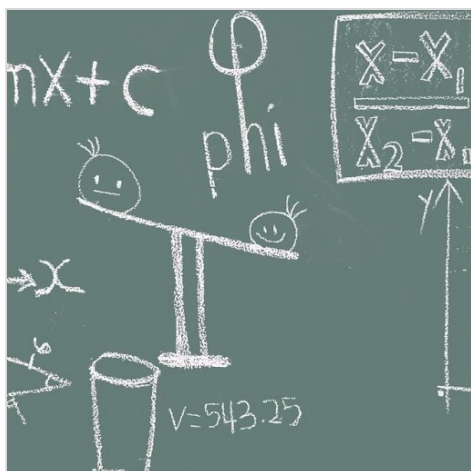


L U M B R E



Conjuntos numéricos y los reales

Grado: 1

Materia: Matemáticas Fundamentales · Matemáticas

11/10/2026

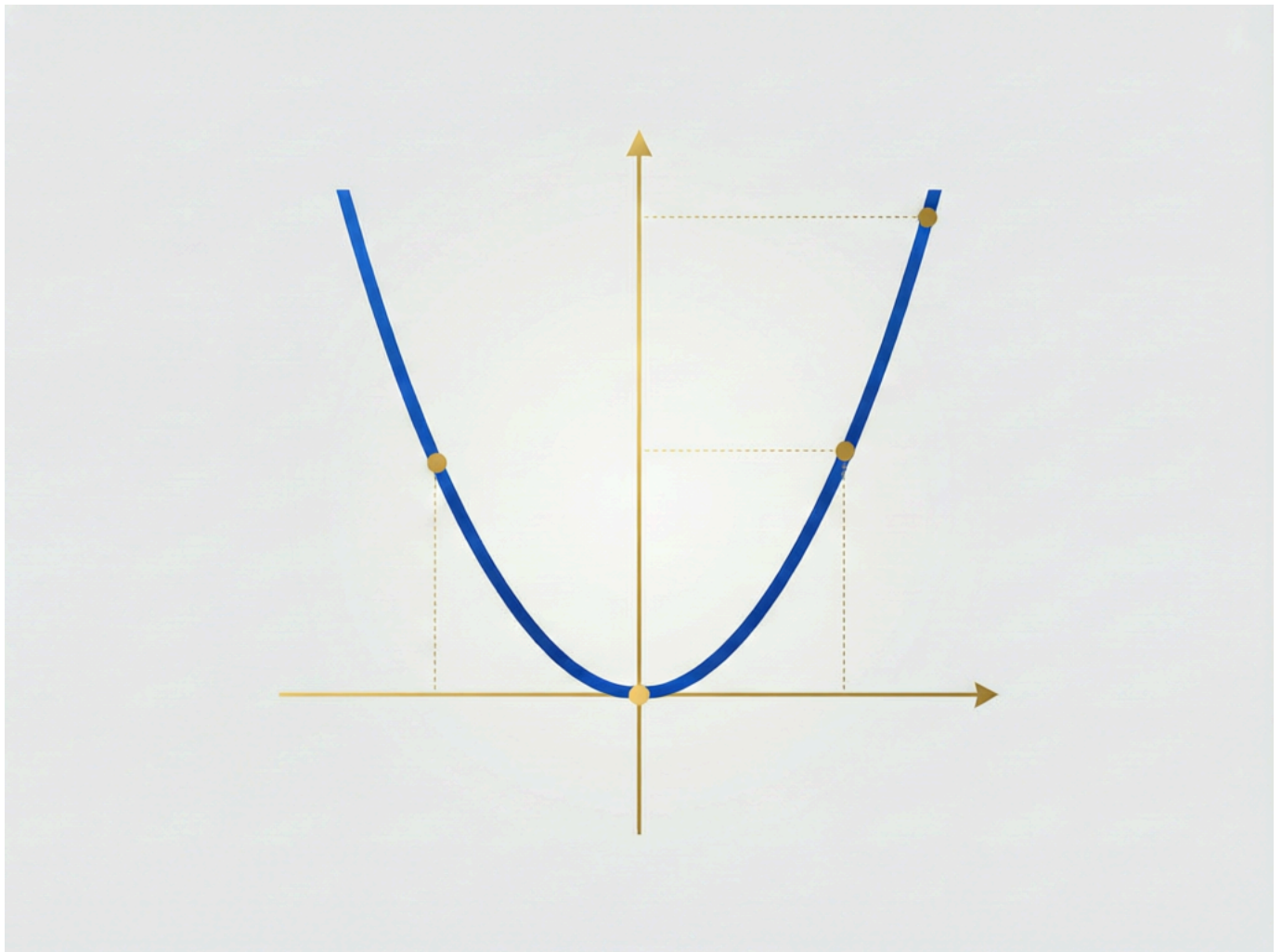
Antes de empezar

De contar medidas a modelar cantidades continuas: por qué hacen falta los irracionales y qué significa realmente que la recta esté «llena».

QUÉ APRENDERÁS

- Distingue los conjuntos naturales, enteros, racionales e irracionales, los ubica en la recta real y explica las propiedades de orden y completitud que sostienen el cálculo.

Conjuntos numéricos y los reales



Herramientas matemáticas fundamentales: álgebra, funciones y trigonometría.

Mapa conceptual

- **Matemáticas Fundamentales**
 - Números
 - Conjuntos numéricos
 - Reales

- Notación científica
- Álgebra
 - Factorización
 - Ecuaciones lineales
 - Sistemas 2x2
- Funciones
 - Dominio rango
 - Composición inversa
 - Cuadrática
- Avanzado
 - Exponenciales
 - Logaritmos
 - Trigonometría

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



La idea que gobierna todo

Cada vez que la matemática encontró un hueco —una medida que no cabía en los números que tenía— inventó un conjunto más grande para llenarlo. Entender esa cadena ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$) es entender por qué el continuo matemático funciona.

Empezamos necesitando números para contar ($\mathbb{N}$). Repartir y medir obligó a aceptar fracciones ($\mathbb{Q}$). Las deudas pidieron negativos ($\mathbb{Z}$). Y cuando los pitagóricos descubrieron que la diagonal de un cuadrado de lado 1 no se escribe como fracción, hubo que admitir los irracionales. Todos juntos, racionales e irracionales, forman los números reales $\mathbb{R}$.

Cada conjunto amplía al anterior para resolver operaciones que antes se salían del territorio. Los reales son los que caben en la recta continua.

Conjunto	Símbolo	Contiene	Cerrado bajo	No contiene (todavía)
Naturales	$\mathbb{N}$	0, 1, 2, 3...	suma, producto	restas negativas, fracciones
Enteros	$\mathbb{Z}$	...-2, -1, 0, 1, 2...	resta	divisiones no exactas

Conjunto	Símbolo	Contiene	Cerrado bajo	No contiene (todavía)
Racionales	$\mathbb{Q}$	toda fracción a/b ($b \neq 0$)	división (no entre 0)	$\sqrt{2}$, π , e
Reales	$\mathbb{R}$	racionales + irracionales	límites convergentes	imaginarios (i)

¿Por qué $\sqrt{2}$ no es fracción?

Es el ejemplo canónico y vale la pena tener el argumento en la cabeza. Supón que $\sqrt{2} = a/b$ con la fracción irreducible. Entonces $a^2 = 2b^2$, así que a^2 es par y por tanto a es par: $a = 2k$. Sustituyendo, $4k^2 = 2b^2$, o sea $b^2 = 2k^2$, lo que obliga a b a ser par también. Pero si a y b son ambos pares, la fracción no era irreducible: contradicción. $\sqrt{2}$ escapa de $\mathbb{Q}$.

Cómo reconocerlos

Un número irracional no es «un número raro»: es uno cuya expansión decimal es infinita y no periódica. 0.101001000100001... (con bloques de ceros cada vez más largos) es irracional por diseño.

$y = \sqrt{x}$: en $x=2$ el valor es irracional

$f(x) = x$ – los reales como recta

$f(x) = \text{sqrt}(x)$ – salta de $\mathbb{Q}$ a $\mathbb{R}$ en $x=2$

El gráfico cartesiano interactivo es interactivo en la versión online.



En la gráfica, casi todos los puntos de la curva tienen coordenadas irracionales. Si trabajáramos solo con $\mathbb{Q}$, la curva tendría «agujeros» en cada uno de ellos. La recta real llena esos agujeros: eso es la completitud, la propiedad que hace que un límite que «debería» existir, exista.

1. De los siguientes, ¿cuál es un número irracional?

- ☐ 0.75
- ☐ $22/7$
- ☐ $\sqrt{9}$
- ☐ $\sqrt{2}$

2. Todo número decimal finito es racional.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

3. Clasifica cada número en el conjunto más pequeño de la cadena que lo contiene.**Elementos:**

- 7
- -4
- 0.25
- $\sqrt{5}$
- $-10/3$
- π
- 0
- 0.333... (periódico)

Naturales	. . .
Enteros	. . .
Racionales	. . .
Irracionales	. . .

4. Une cada propiedad de los reales con lo que garantizan.

4.	left	-----
4.	left	-----
4.	left	-----
4.	left	-----

Opciones: right · right · right · right

5. La diagonal de un cuadrado de lado 1 mide _____, un número que no pertenece a los _____. Todos los racionales e irracionales juntos forman el conjunto de los números _____.

Cómo se suele uno confundir

- «0.999... es «casi» 1 pero no exactamente 1»: en $\mathbb{R}$, 0.999... es exactamente 1; la diferencia sería un «infinitésimo» que en los reales no existe.
- « $\pi = 22/7$ »: $22/7$ es una aproximación racional; π es irracional y ninguna fracción lo iguala.
- «Los irracionales son escasos»: al contrario, en cualquier intervalo hay muchísimos más irracionales que racionales.

Ejemplo resuelto

1. ¿Es racional el número $x = 0.1666...$ (el 6 se repite)?
2. Separa el dígito no periódico: $x = 0.1 + 0.0666...$
3. Escribe la parte periódica como fracción: $0.0666... = 6/90$.
4. Suma: $1/10 + 6/90 = 9/90 + 6/90 = 15/90 = 1/6$.
5. Como resultó una fracción, x es racional (de hecho, $1/6$).

Para ciencia de datos, $\mathbb{R}$ es el territorio por defecto: una edad, un ingreso, una probabilidad o una coordenada viven en la recta continua. Cuando vemos solo conteos enteros estamos en un subconjunto, pero el modelo sigue operando sobre $\mathbb{R}$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

6. El mapa de los números



Los números reales (repaso formal) https://www.educacion.es/curriculum/roc_padres_padres/conocimiento/el-conocimiento-del-mundo-fisico/los-numeros-reales.html Recorrido por la construcción de $\mathbb{R}$ y sus propiedades, para asentar la notación.

VIDEO

Video complementario

Recurso audiovisual para reforzar los conceptos.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=N1VF1CKDk1E>

7. Da un ejemplo de una cantidad del mundo real que sea naturalmente discreta (solo toma valores enteros) y otra que sea continua (requiere los reales). Explica qué operaciones de la cadena $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ tienen o no sentido en cada una.

Khan Academy: Algebra <https://www.khanacademy.org/math/algebra> Curso completo de algebra y funciones.

Referencia curricular

Grado:	1
Materia:	Matemáticas Fundamentales · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-mat1-001-conjuntos-numericos-y-los-reales>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat