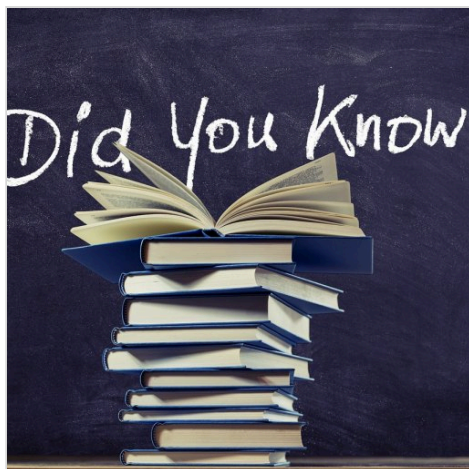


L U M B R E



Interpolación polinómica y splines

Grado: 3

Materia: Métodos Numéricos · Matemáticas

11/10/2026

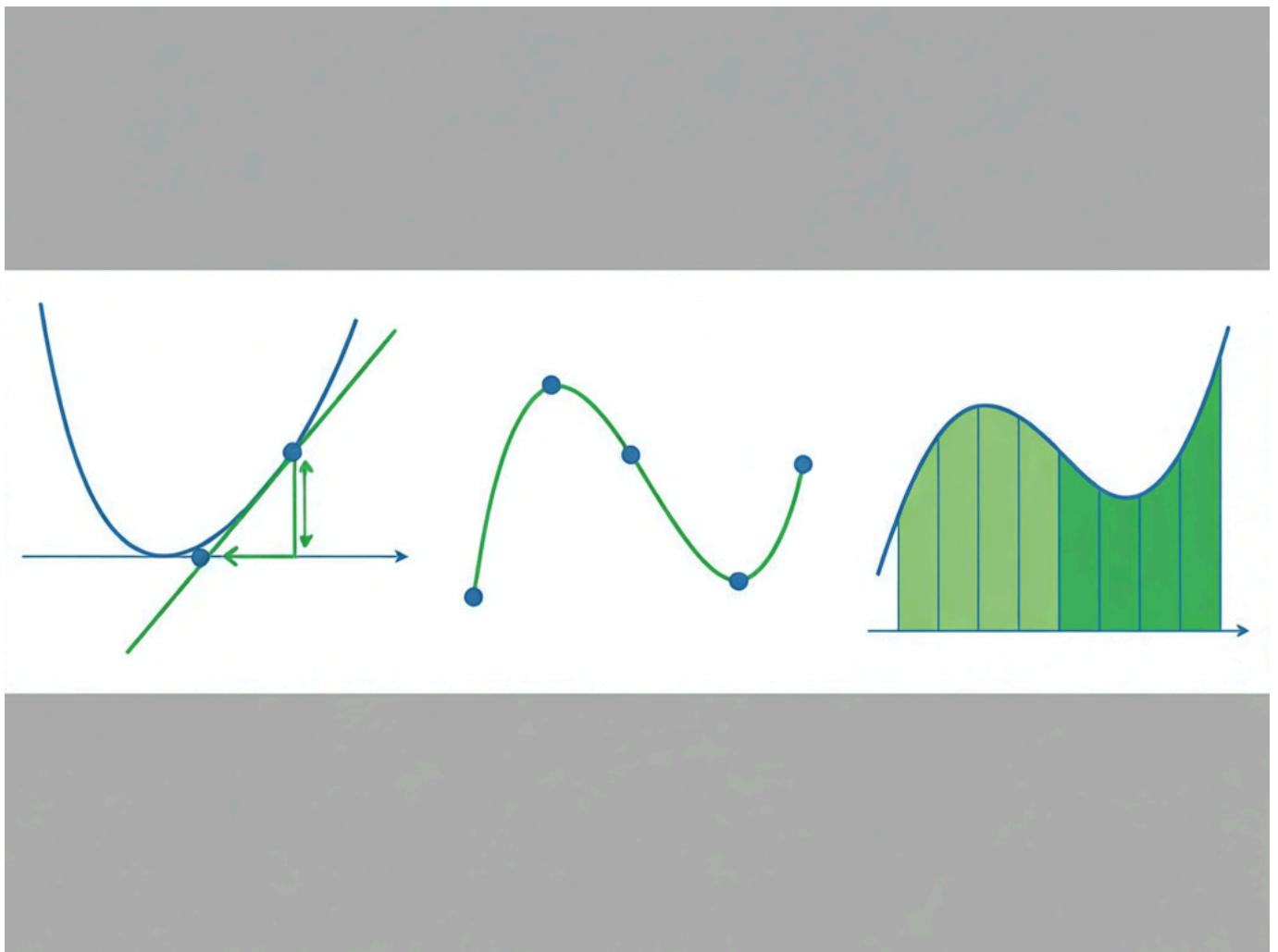
Antes de empezar

Cuando solo se conocen unos pocos puntos, interpolarse una curva que los una es una operación cotidiana: tablas, gráficos, rutas. Pero la elección de la función interpolante no es inocua: puede oscilar salvajemente. Esta lección enseña a elegir bien.

QUÉ APRENDERÁS

- Construir funciones que pasen por datos discretos, comparar el polinomio interpolador con los splines cúbicos y comprender el fenómeno de Runge y el sobreajuste.

Interpolación polinómica y splines



Metodos numericos: raices, interpolacion, integracion y sistemas lineales.

Mapa conceptual

- **Métodos Numéricos**

- Raíces
 - Bisección
 - Newton
- Interpolación
 - Lagrange
 - Splines
- Integración
 - Trapecios
 - Simpson
- Sistemas
 - Gauss
 - Iteración
- Errores
 - Redondeo
 - Truncamiento
 - Estabilidad

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Unir puntos no es gratis

Pasar una curva por un puñado de puntos parece una tarea inocente, pero esconde una trampa: cuantos más puntos unes con un único polinomio, más salvajes pueden volverse las oscilaciones entre ellos. Suavidad y exactitud tiran en direcciones opuestas.

El problema de interpolar

Se conocen los valores de una función en ciertos nodos y se quiere estimar la función entre ellos. La interpolación exige que la curva construida pase exactamente por los datos conocidos, a diferencia del ajuste por mínimos cuadrados, que solo se acerca.

Existencia y unicidad

Por $n + 1$ puntos con abscisas distintas pasa un único polinomio de grado menor o igual a n . Este teorema garantiza que el problema está bien planteado: hay una y solo una solución polinómica. Pero que exista no significa que sea una buena idea usarla.

Forma de Lagrange

El polinomio de Lagrange se escribe como combinación de polinomios base, cada uno que vale uno en un nodo y cero en los demás. Es elegante y directo para razonar, pero costoso de evaluar si cambian los datos, pues hay que recomponerlo entero.

Forma de Newton

El interpolador de Newton usa diferencias divididas y una base anidada que se presta a actualizar cuando se añaden nodos, y a evaluar de forma eficiente. Matemáticamente da el mismo polinomio que Lagrange; la diferencia está en la estabilidad numérica y el coste de cálculo.

El fenómeno de Runge

Al interpolar una función suave con un único polinomio de alto grado sobre nodos equiespaciados, el error puede dispararse cerca de los extremos del intervalo. Aumentar el grado, lejos de ayudar, empeora la aproximación: es la señal de que un solo polinomio global es una mala elección.

Por qué oscila tanto

Los polinomios de alto grado tienen mucha libertad para curvarse, y esa libertad se usa en oscilar entre nodos para satisfacer las condiciones. Con nodos equiespaciados, esa oscilación se amplifica en los bordes. La interpolación exacta no implica buen comportamiento entre los datos.

Nodos de Chebyshev

Si se insiste en un polinomio global, distribuir los nodos más juntos cerca de los extremos (nodos de Chebyshev) mitiga el fenómeno de Runge. Muestra que el problema no era el grado en sí, sino la combinación de alto grado con nodos mal colocados.

La idea de trocear

En lugar de un polinomio loco de grado alto para todos los puntos, se usan muchos polinomios de bajo grado, cada uno en un tramo corto entre dos nodos. Bajando el grado local se recupera la estabilidad: así nace la interpolación por tramos.

Splines lineales

La versión más simple: unir puntos consecutivos con segmentos rectos. Continúa por construcción, barata y nunca oscila, pero con esquinas en los nodos. Sus derivadas

primeras saltan, lo que resulta factible pero poco elegante para modelar magnitudes que se espera suaves.

Splines cúbicos

Un spline cúbico encaja un polinomio de grado tres por tramo y exige que la función, su primera y su segunda derivada sean continuas en los nodos. El resultado es una curva globalmente suave que pasa por todos los datos sin las oscilaciones del alto grado.

Por qué cúbicos

El grado tres es el mínimo que permite continuidad de la segunda derivada entre tramos, dando suavidad suficiente para la mayoría de aplicaciones. Grados mayores traen más flexibilidad y más riesgo de oscilación, con poco beneficio: el cúbico es el punto dulce.

Condiciones de frontera

Para determinar el spline cúbico hace falta cerrar el sistema con condiciones en los extremos: segundas derivadas nulas (natural), pendiente prescrita, o periodicidad. La elección cambia la curva cerca de los bordes; el spline natural minimiza una medida de curvatura total.

El sistema tridiagonal

Imponer la continuidad de la segunda derivada conduce a un sistema lineal de matriz tridiagonal, que se resuelve en tiempo lineal con eliminación gaussiana especializada. Esa estructura es la razón de que los splines sean tan baratos de calcular incluso con miles de nodos.

Interpolan frente a suavizar

Cuando los datos contienen ruido, pasar exactamente por cada punto hereda el ruido. El suavizado por splines (smoothing spline) relaja la interpolación exacta con un ajuste casi-interpolante que controla el compromiso entre fidelidad y suavidad.

En ciencia de datos

Splines y bases de funciones son la puerta de entrada a modelos aditivos y a la expansión de características no lineales: transformar una variable continua en una base de splines permite a un modelo lineal capturar curvas sin abandonar la convexidad del ajuste.

Errores frecuentes

- Subir el grado de un único polinomio creyendo que mejora siempre la aproximación.
- Interpolarse exactamente datos ruidosos y confundir el resultado con señal real.
- Ignorar las condiciones de frontera y obtener curvas raras cerca de los extremos.

1. El fenómeno de Runge muestra que:

- ☐ Aumentar el grado del polinomio interpolador en nodos equiespaciados puede empeorar drásticamente la aproximación
- ☐ Los splines nunca interpolan los datos
- ☐ La interpolación lineal es la más precisa
- ☐ Los polinomios no pueden pasar por más de tres puntos

2. Un spline cúbico exige continuidad de la función y de sus primeras dos derivadas en los nodos interiores.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

Monotonía y preservación de forma

Un spline cúbico ordinario puede crear máximos o cruces que no estaban en los datos, rompiendo la monotonía. Los splines que preservan forma ajustan las tangentes en los nodos para no inventar oscilaciones, esenciales al graficar magnitudes que deben crecer siempre.

En varias dimensiones

La interpolación se generaliza a mallas y a superficies, y con datos dispersos a funciones base radiales como los delgados (thin plate). La intuición de trocear y penalizar la rugosidad se mantiene, aunque la construcción es más rica.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

3. Interpolación:
vocabulario



4. Ordena el progreso hacia una interpolación robusta:

Elementos:

- un polinomio de alto grado para todo
- aparecen oscilaciones en los bordes
- dividir en tramos de bajo grado
- imponer suavidad hasta segundo orden

Global	. . .
Runge	. . .
Tramos	. . .
Spline	. . .

Splines by John Cook <https://www.johndcook.com/blog/spline/> Construcción e intuición geométrica de los splines cúbicos.

VIDEO

Video complementario

Recurso audiovisual para reforzar los conceptos.



Escanea para verlo en Lumbre

https://www.youtube.com/watch?v=3Hx2_I9Mg2o

5. Tienes 40 mediciones de una curva de calentamiento y quieres graficarlas sin ruido visual. ¿Polinomio global, interpolación lineal o spline cúbico? Justifica por la suavidad y el riesgo de oscilación.

Math.NET Numerics <https://numerics.mathdotnet.com/> Biblioteca de métodos numéricos.

Referencia curricular

Grado:	3
Materia:	Métodos Numéricos · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-metn-003-interpolacion-polinomica-y-splines>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat