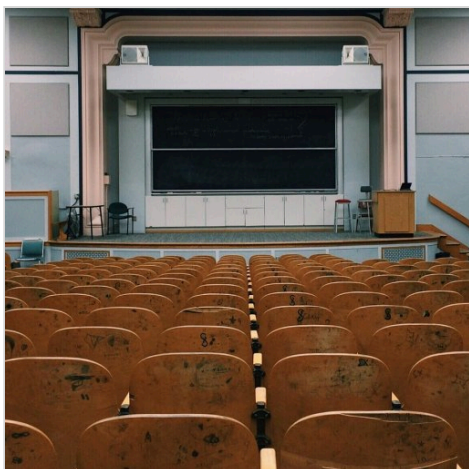


L U M B R E



Series de Taylor y aproximaciones

Materia: Ciencia de Datos e IA

11/10/2026

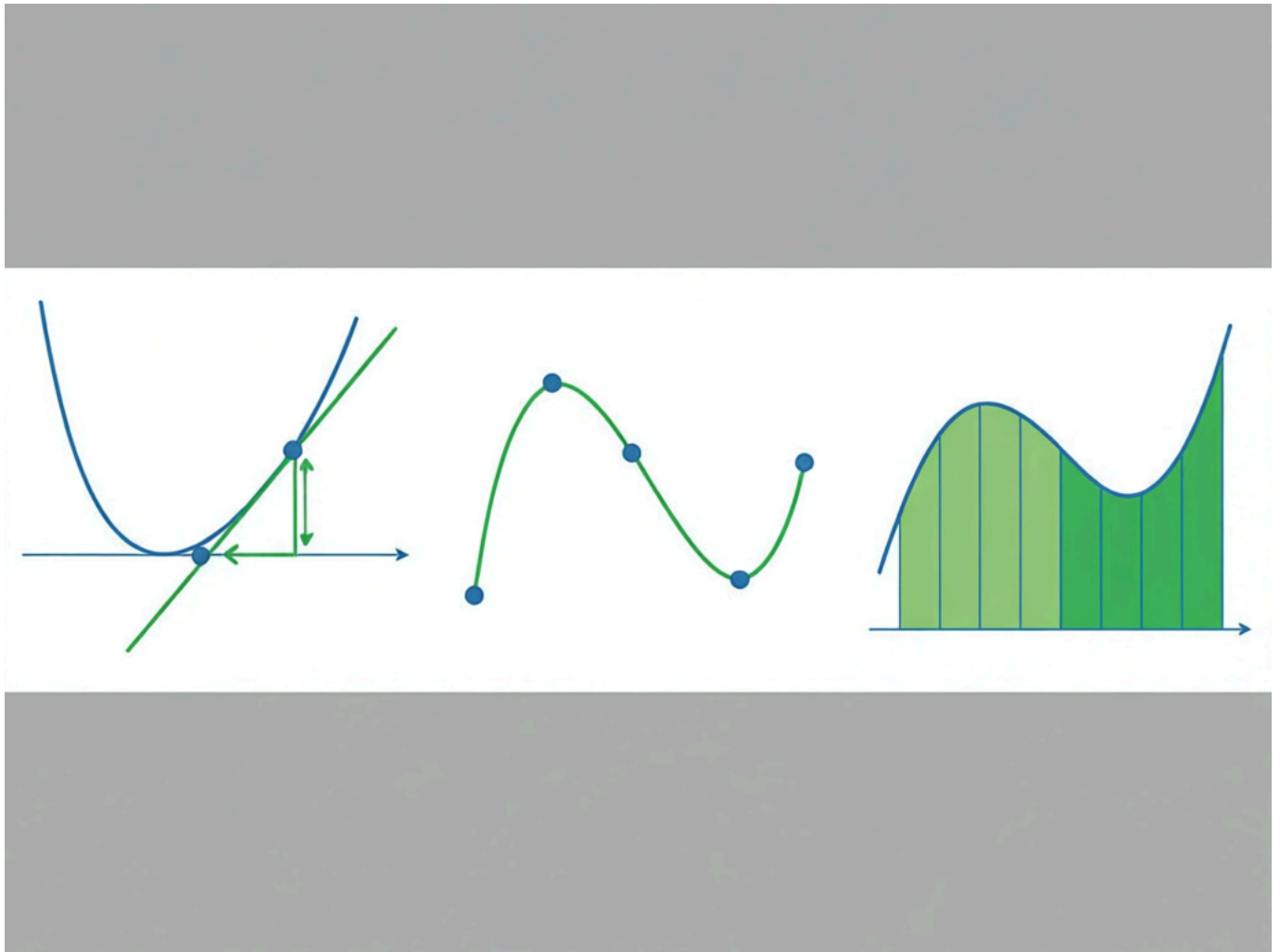
Antes de empezar

Series de Taylor, Maclaurin, aproximaciones de primer y segundo orden, y su papel en optimización y métodos numéricos.

QUÉ APRENDERÁS

- Aproximar funciones mediante polinomios y entender la base matemática de métodos numéricos y aprendizaje automático.

Series de Taylor



Métodos numéricos: raíces, interpolación, integración y sistemas lineales.

La **serie de Taylor** expresa cualquier función suave como una suma infinita de potencias. Es la herramienta fundamental para aproximar funciones complejas con polinomios simples.

Serie de Taylor

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots$$

La serie de Taylor aproxima funciones con polinomios.

Cuando $a = 0$, se llama **serie de Maclaurin**. Ejemplos: $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \dots$, $\sin(x) = x - x^3/3! + x^5/5! - \dots$

Aproximacion de primer orden (lineal)

Truncar la serie al primer termino da la **aproximacion lineal**: $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$. Es la recta tangente.

En varias variables: $f(x,y) = f(a,b) + df/dx(x-a) + df/dy(y-b)$. Esto es el **plano tangente**.

Aproximacion de segundo orden (cuadratica)

Incluir el segundo termino da la **aproximacion cuadratica**, que usa la Hessiana: $f(x) = f(a) + \nabla f(x-a) + (1/2)(x-a)^T H(x-a)$.

Esta es la base del **metodo de Newton** para optimizacion: en vez de seguir el gradiente (lineal), se usa la curvatura (cuadratica) para converger mas rapido.

Taylor en machine learning

Funcion de perdida: Cerca de un minimo, $L(\theta) = L(\theta^*) + (1/2)(\theta - \theta^*)^T H(\theta - \theta^*)$. El Hessiano determina la velocidad de convergencia.

Linealizacion: Muchos algoritmos (como el filtro de Kalman extendido) linealizan modelos no lineales con Taylor de primer orden.

Gradiente descendente como Taylor truncado: $\theta_{n+1} = \theta_n - \eta \nabla L$ es equivalente a minimizar la aproximacion lineal de L .

Radio de convergencia

No toda serie de Taylor converge para todo x . El **radio de convergencia** es la distancia al punto singular mas cercano.

Ejemplo: $1/(1-x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$ converge solo para $|x| < 1$.

Mapa conceptual

Series de Taylor

- **Aproximacion de funciones**
 - Primer orden
 - Linealizacion
 - Plano tangente
 - Gradiente descendente
 - Segundo orden

- Cuadratica
- Hessiana
- Metodo de Newton
- Convergencia
 - Radio de convergencia
 - Error de truncamiento
 - Maclaurin
- En ML
 - Perdida cuadratica
 - Kalman extendido
 - Linealizacion

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Ejercicios

Problema: Escribe la serie de Maclaurin de $\ln(1+x)$ y usala para aproximar $\ln(1.1)$.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

1. Solucion



2. La aproximacion cuadratica de una funcion usa:

- ☐ Solo el gradiente
- ☐ La Hessiana y el gradiente
- ☐ Solo la Hessiana
- ☐ La matriz Jacobiana

3. La serie de Taylor de e^x converge para todo valor real de x .

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

4. Cuando la serie de Taylor se centra en $a = 0$, se llama serie de

_____.

5. Relaciona cada orden con su aplicacion:

5.	Primer orden	-----
5.	Segundo orden	-----
5.	Serie completa	-----
5.	Radio finito	-----

Opciones: Linealizacion / Gradiente descendente · Metodo de Newton / Curvatura · Representacion exacta · Convergencia limitada

Recursos

VIDEO

Series de Taylor

Explicacion visual de las series de Taylor.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=3dYTt2U9v2I>

Wikipedia: Taylor series https://en.wikipedia.org/wiki/Taylor_series Lista de series de funciones comunes.

6. Por que crees que el descenso de gradiente puede ser lento en funciones con curvatura muy variable?

Referencia curricular

Materia:	Ciencia de Datos e IA
-----------------	-----------------------

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-metn-006-series-de-taylor>

Material educativo generado desde Lumbre · [lumbre.lat](https://univ.lumbre.lat)