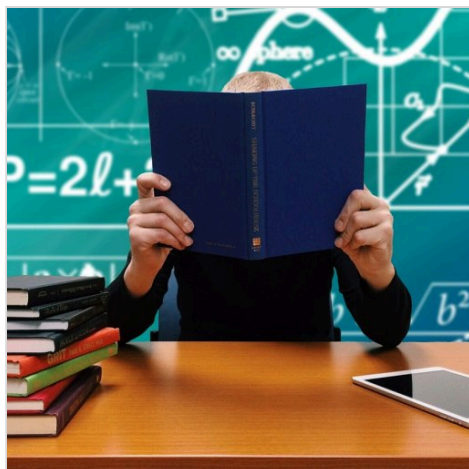


L U M B R E



Esperanza y varianza

Grado: 2

Materia: Probabilidad · Probabilidad y Estadística

11/10/2026

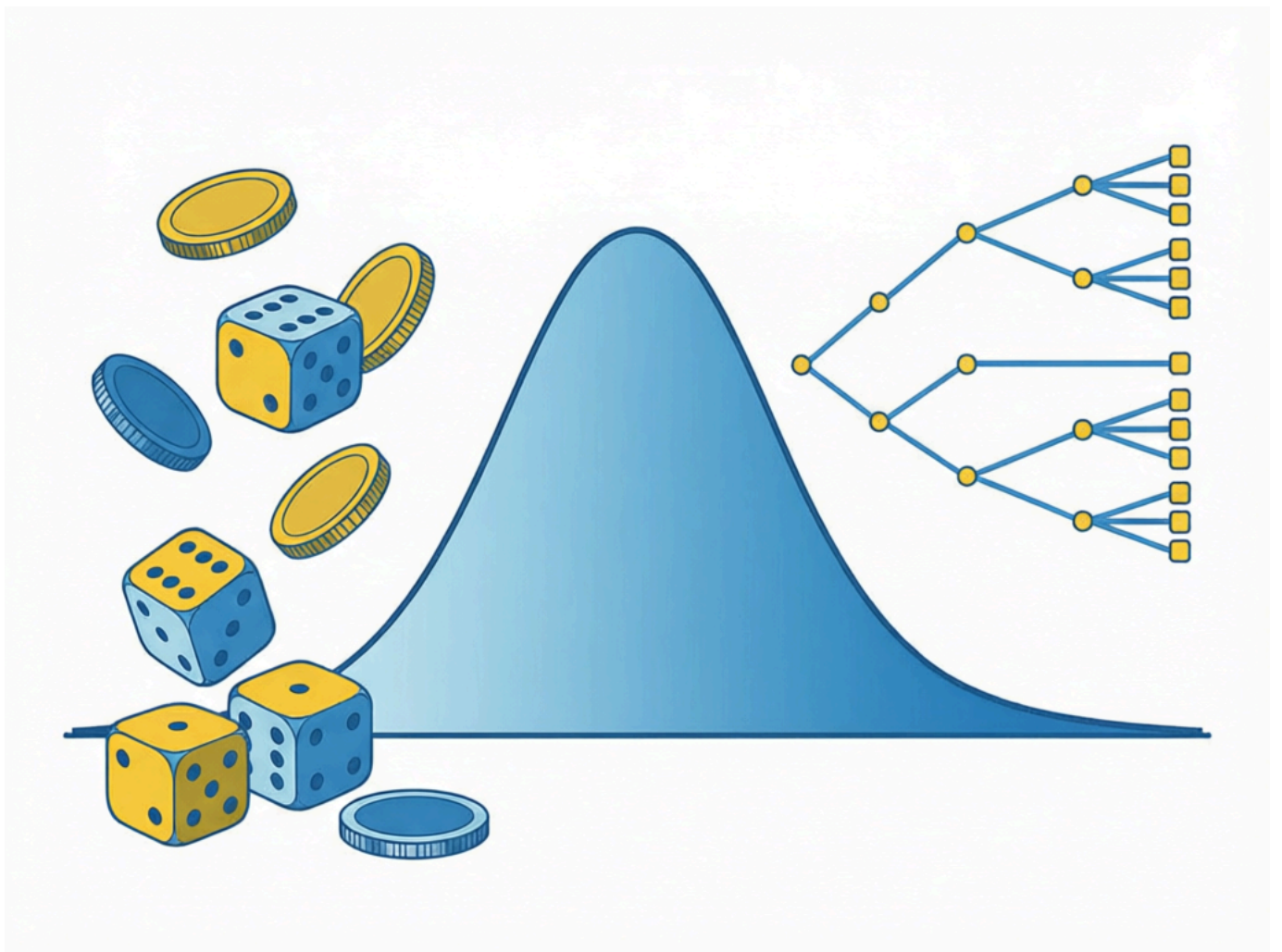
Antes de empezar

La esperanza es el promedio a largo plazo de un experimento; la varianza, cuánto se dispersan sus resultados alrededor. Juntas resumen dónde está un reparto y qué tan ancho es.

QUÉ APRENDERÁS

- Calcular el valor esperado, la varianza y la desviación típica de una variable aleatoria y interpretarlos.

Esperanza y varianza



Probabilidad: desde eventos basicos hasta distribuciones continuas.

Mapa conceptual

- **Probabilidad**
 - Basica
 - Espacio muestral

- Eventos
- Regla suma
- Condicional
 - Independencia
 - Bayes
 - Partición
- Discreta
 - Esperanza
 - Varianza
 - Binomial Poisson
- Continua
 - Densidad
 - CDF
 - Normal

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Dónde está y qué tan repartido

Una distribución entera cabe, a grandes rasgos, en dos números: su centro (esperanza) y su dispersión (varianza). Saber calcularlos y, sobre todo, interpretarlos es media estadística.

Valor esperado

La esperanza $E[X]$ es la media ponderada de los valores de una variable discreta: cada valor multiplicado por su probabilidad, y todo sumado. Es el promedio que obtendrías si repitieras el experimento un número enorme de veces. No tiene por qué ser un valor posible: la esperanza de un dado es 3,5, y nadie saca 3,5.

Cálculo de la esperanza

1. Lista los valores posibles de X con su masa de probabilidad.
2. Multiplica cada valor por su probabilidad.
3. Suma todos los productos: ese es $E[X]$.

Linealidad

La esperanza es lineal: $E[aX + b] = a \cdot E[X] + b$, y $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$ siempre, incluso si X e Y son dependientes. Esta propiedad permite descomponir problemas complicados en sumas de esperanzas simples, un truco poderosísimo en análisis.

Esperanza y toma de decisiones

El valor esperado de una apuesta es la ganancia media por jugada si repitieras muchas veces. Es positivo para el jugador o para la casa según el diseño: por eso un casino gana a largo plazo aunque cada mano sea azar. La esperanza convierte el azar en contabilidad.

Varianza: la dispersión

La varianza $\text{Var}(X)$ mide cuán lejos, en promedio al cuadrado, caen los valores de su esperanza. Cada desviación respecto al centro se eleva al cuadrado (para que no se cancelen positivos y negativos) y se promedia con las probabilidades. Grande significa resultados muy repartidos.

Desviación típica

Como la varianza está en unidades al cuadrado, se suele usar su raíz, la desviación típica sigma, que regresa a la escala original de X . Es el número que intuitivamente expresa «típico alejamiento de la media».

Fórmula útil de la varianza

$\text{Var}(X) = E[X \text{ al cuadrado}] \text{ menos } (E[X])^2$. Calcules por definición o por esta identidad, el resultado es el mismo; la segunda suele ser más rápida porque reutiliza esperanzas.

Centro y ancho: dos números que retratan un reparto.

Magnitud	Qué resume	Unidades
Esperanza $E[X]$	centro o promedio a largo plazo	las de X
Varianza $\text{Var}(X)$	dispersión al cuadrado	las de X al cuadrado
Desviación sigma	dispersión típica	las de X

1. Un juego paga 10 con probabilidad 0,1 y 0 en otro caso. ¿Cuál es el valor esperado de jugar?

- ☐ 10
- ☐ 1
- ☐ 0,1
- ☐ Depende de la varianza

Propiedades de la varianza

- $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$: escalar estira la dispersión al cuadrado.
- Sumar una constante no cambia la varianza: desplaza el centro, no el ancho.
- Para variables independientes, $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$; con dependencia aparece la covarianza.

Covarianza y correlación

Cuando dos variables varían juntas, su varianza conjunta incluye un término de covarianza. La correlación la normaliza entre menos uno y uno para medir la fuerza de esa relación lineal. Es el paso natural de «dispersión de una» a «dispersión compartida de dos».

Ley de los grandes números

La esperanza no es una promesa para una sola jugada, sino un límite: la media de muchas repeticiones converge a $E[X]$. Por eso la esperanza da tranquilamente la ganancia de un negocio con miles de operaciones, pero no predice el resultado de un único día.

Errores frecuentes

- Esperar que la esperanza sea un valor observable en un solo experimento.
- Sumar varianzas de variables dependientes ignorando su covarianza.
- Confundir varianza con desviación típica por el tema de las unidades al cuadrado.

2. La esperanza de una variable discreta siempre coincide con uno de sus valores posibles.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

Esperanza en datos

En un DataFrame, la media muestral de una columna es una estimación de la esperanza de la variable que la generó, y su desviación típica muestral de sigma. Toda la estadística descriptiva que usas a diario es la cara empírica de estos dos conceptos.

3. Asigna cada magnitud a su pregunta:

Elementos:

- $E[X]$
- $\text{Var}(X)$
- raíz de $\text{Var}(X)$
- $E[aX + b] = a \cdot E[X] + b$

Centro	. . .
Dispersion	. . .
Tipica	. . .
Lineal	. . .

OpenStax <https://openstax.org/details/books/introductory-statistics> Esperanza, varianza y desviación típica de variables aleatorias.

VIDEO

Video complementario

Recurso audiovisual para reforzar los conceptos.



Escanea para verlo en Lumbre

https://www.youtube.com/watch?v=s0cEQZ-_Q3g

4. Una aseguradora cobra prima fija y paga siniestro con cierta probabilidad. Plantea la variable «ganancia por póliza», calcula su esperanza e indica qué le diría a la compañía sobre la rentabilidad a largo plazo.

Referencia curricular

Grado:	2
Materia:	Probabilidad · Probabilidad y Estadística

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-prob-009-esperanza-y-varianza>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat