

L U M B R E



# Variable continua y función de densidad

**Grado:** 2

**Materia:** Probabilidad · Probabilidad y Estadística

11/10/2026

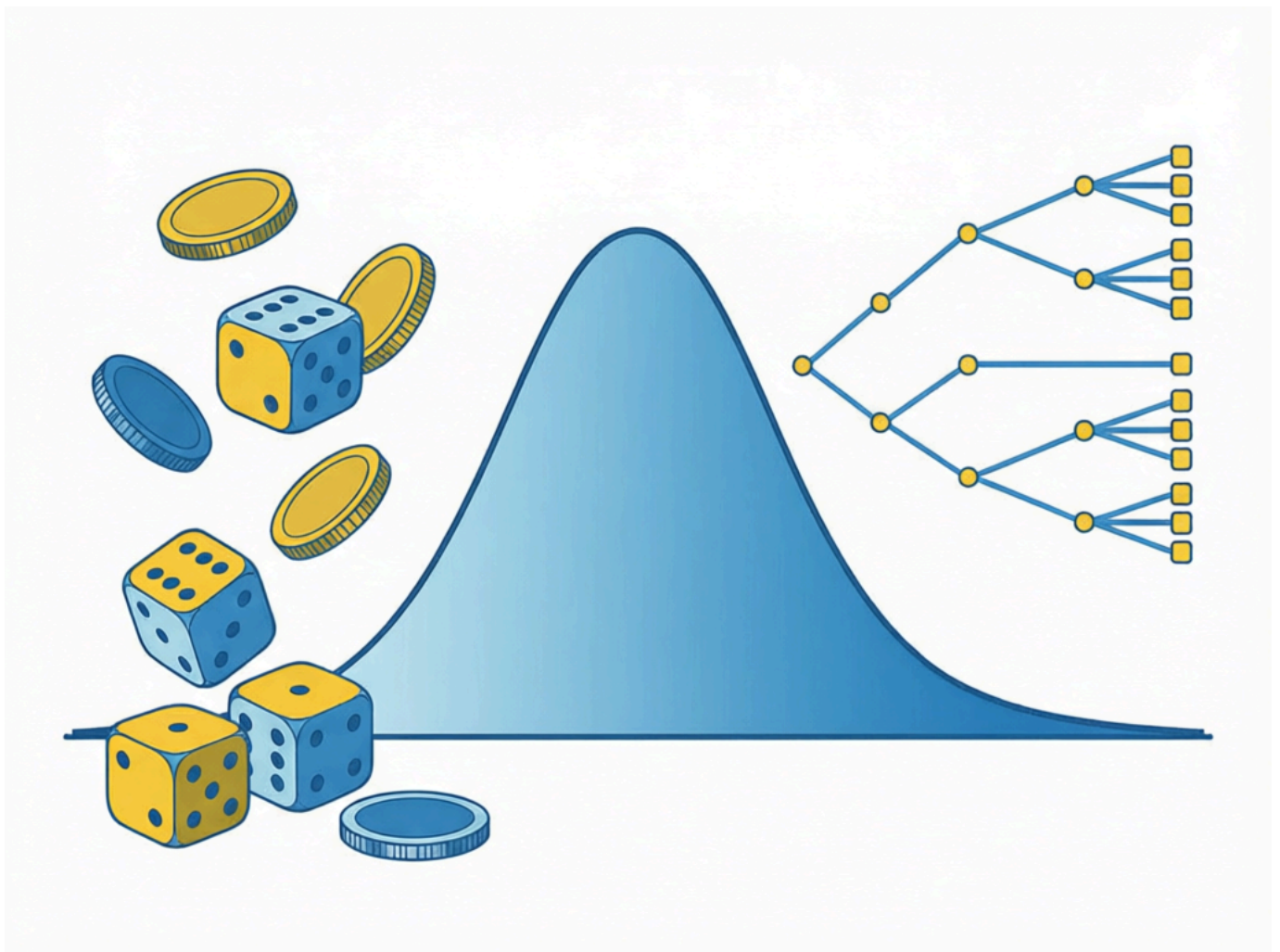
## Antes de empezar

Cuando el resultado puede ser cualquier número de un intervalo, la probabilidad deja de asignarse a puntos y pasa a repartirse como una densidad. La probabilidad de un tramo es el área bajo la curva.

### QUÉ APRENDERÁS

- Trabajar con variables aleatorias continuas mediante su función de densidad, integrando para obtener probabilidades.

## Variable continua y función de densidad



*Probabilidad: desde eventos basicos hasta distribuciones continuas.*

## Mapa conceptual

- **Probabilidad**
  - Basica
    - Espacio muestral

- Eventos
- Regla suma
- Condicional
  - Independencia
  - Bayes
  - Partición
- Discreta
  - Esperanza
  - Varianza
  - Binomial Poisson
- Continua
  - Densidad
  - CDF
  - Normal

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



### Del punto al área

La probabilidad de que alguien mida exactamente 1,700000... metros es cero. En el mundo continuo no preguntamos por valores exactos, sino por intervalos: la densidad reparte la probabilidad y el área da la respuesta.

## De discreto a continuo

Una variable continua puede tomar infinitos valores en un intervalo: estatura, tiempo, temperatura. No tiene sentido dar probabilidad a cada punto (habría infinitos y sumarían más de uno). En su lugar se describe cómo se DISTRIBUYE la probabilidad a lo largo del eje.

## Función de densidad

La función de densidad  $f(x)$  es una curva no negativa cuyo área total bajo ella vale uno. La probabilidad de que  $X$  caiga en un intervalo es el área bajo la curva entre los extremos. La densidad en un punto no es una probabilidad: puede superar uno; lo que cuenta es el área.

## Dos condiciones

- No negatividad:  $f(x)$  mayor o igual que cero para todo  $x$ .
- Normalización: el área total bajo la densidad, de menos a más infinito, vale exactamente uno.

## Probabilidad como integral

$P(a \text{ menor o igual } X \text{ menor o igual } b)$  es la integral de  $f$  entre  $a$  y  $b$ : el área del trapecio bajo la curva en ese tramo. Para intervalos más angostos, menos área; la probabilidad acumulada desde el fondo hasta  $x$  es  $F(x)$ .

## Densidad frente a masa

En una variable discreta, la masa da probabilidad exacta a cada valor. En una continua, la densidad da «probabilidad por unidad»: la probabilidad de un punto suelto es cero, y solo los intervalos tienen área. Es un cambio de intuición fundamental.

## La acumulada $F(x)$

La función de distribución acumulada es el área hasta  $x$ : nunca decrece, arranca en cero y termina en uno. Derivarla devuelve la densidad; integrarla, las probabilidades de cola. Con  $F$  se calculan «menor que», «mayor que» y cuantiles.

*Misma lógica de reparto, distintas herramientas según la naturaleza de  $X$ .*

| Concepto                 | Discreto               | Continuo                   |
|--------------------------|------------------------|----------------------------|
| Reparto                  | función de masa $p(x)$ | función de densidad $f(x)$ |
| Probabilidad de un punto | $p(x)$ positiva        | cero                       |
| Probabilidad de un tramo | suma de masas          | integral (área)            |
| Normalización            | las masas suman 1      | el área total es 1         |

### 1. Para una variable continua con densidad $f(x)$ , ¿cuál es la probabilidad de que $X$ tome un valor exacto $c$ ?

- ☐  $f(c)$
- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐  $f(c)$  menos  $f(c \text{ menos } 1)$

## Esperanza y varianza continuas

El análogo integral de la media ponderada:  $E[X]$  es la integral de  $x$  por  $f(x)$ . La varianza sigue la misma lógica con  $(x \text{ menos media})$  al cuadrado. Son los mismos centros y dispersiones que en discreto, ahora con áreas en vez de sumas.

## Elección de la densidad

Distintas formas de  $f$  modelan distintos fenómenos: la recta para lo uniforme, la campana para lo normal, la exponencial para tiempos de espera. Elegir la densidad adecuada es elegir la hipótesis sobre cómo se comporta el proceso.

## Cuantiles

Un cuantil corta el eje de modo que un porcentaje fijado de área queda por debajo. La mediana deja el 50 % a cada lado; los percentiles, el resto. Invertir la acumulada para encontrar el valor dado el área es el cálculo típico de umbrales.

## Errores frecuentes

- Tratar la densidad  $f(x)$  como si fuera una probabilidad (y asustarse de que supere uno).
- Atribuir probabilidad positiva a un valor exacto.
- Aceptar una «densidad» cuyo área total no es uno.

**2. La probabilidad de que una variable continua caiga en un intervalo es el área bajo su densidad en ese intervalo.**

☐ Verdadero

☐ Falso

## De la muestra a la densidad

Estimar la densidad a partir de datos (histogramas, kernels) es el modo no paramétrico de ver la forma de una variable continua. Ajustar después una curva teórica a esa forma es el puente entre observar y modelar.

### 3. Asigna cada herramienta a su reino:

#### Elementos:

- función de masa  $p(x)$
- función de densidad  $f(x)$
- suma de probabilidades
- integral como área

|                 |       |
|-----------------|-------|
| <b>Discreto</b> | . . . |
| <b>Continuo</b> | . . . |

OpenStax <https://openstax.org/details/books/introductory-statistics> Variables aleatorias continuas y funciones de densidad.

#### VIDEO

#### Video complementario

Recurso audiovisual para reforzar los conceptos.



Escanea para verlo en Lumbre

[https://www.youtube.com/watch?v=s0cEQZ-\\_Q3g](https://www.youtube.com/watch?v=s0cEQZ-_Q3g)

**4. Explica con tus palabras por qué la probabilidad de un valor exacto es cero en una variable continua, y cómo aun así tiene sentido hablar de «probabilidad de estar entre a y b».**

---



---



---



---



---

### Referencia curricular

|                 |                                           |
|-----------------|-------------------------------------------|
| <b>Grado:</b>   | 2                                         |
| <b>Materia:</b> | Probabilidad · Probabilidad y Estadística |

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-prob-012-variable-continua-y-funcion-de-densidad>

Material educativo generado desde Lumbre · [lumbre.lat](https://lumbre.lat)