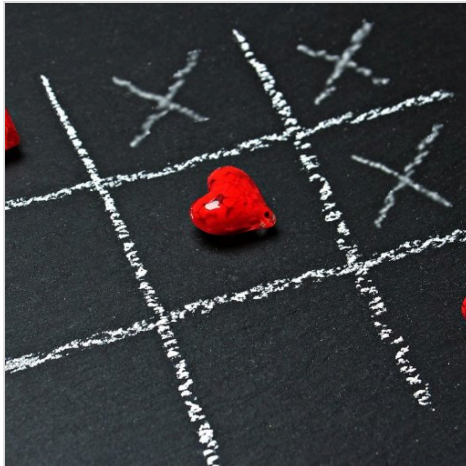


L U M B R E



Optimización entera y combinatoria

Grado: 7

Materia: Optimización · Matemáticas

11/10/2026

Antes de empezar

Cuándo una decisión es entera: variables binarias y big-M, el poder de la relajación lineal como cota, ramificar-acotar y cortes, y los modelos clásicos de mochila, rutas y horarios.

QUÉ APRENDERÁS

- Modelar y resolver problemas de decisión discreta con relajación lineal, ramificar-y-acotar y cortes, leyendo el gap como resultado profesional.

Optimización entera y combinatoria

VIDEO

Introducción a la programación entera

Video explicativo: cómo modelar decisiones con variables enteras y por qué la optimización combinatoria es más difícil.



Escanea para verlo en Lumbre

https://www.youtube.com/watch?v=Zd_dDJ0KRag

Decidir es entero

Cuando la respuesta correcta es "3 camiones", el relajado LP que sugiere 2.7 no se remata con una redondeadita: la integridad cambia la geometría y la dificultad del problema.

Muchas decisiones son discretas: abrir o cerrar una planta, asignar una tarea, elegir un subconjunto. La **optimización entera (IP)** y su caso binario agregan a un modelo lineal la condición de que ciertas variables tomen valores enteros. El resultado es una clase de problemas muchísimo más expresiva y, en general, NP-dura.

De la relajación a la cota

Quitar la condición de integridad produce la **relajación lineal**: su óptimo, para un maximiza, es una **cota superior** del entero óptimo. Esa cota es el ancla del campo: sin

ella no habría forma de saber cuán bueno es una solución factible encontrada por heurística.



El relajado LP acota; ramificar-y-acotar cierra la brecha entre la cota y la mejor solución entera.

Modelar decisiones discretas

- Binarias para sí-no: abrir planta, aceptar pedido, programar tarea.
- Indicadores y big-M: si se abre la planta, entonces puede despachar.
- Semicontinuas: o cero, o dentro de un rango operativo (arranque de máquinas).
- Restricciones lógicas: implicaciones y exclusión mutua entre opciones.

Ramificar y acotar

El algoritmo maestro es **ramificar y acotar**: resolver el relajado, elegir una variable fraccionaria y ramificar el problema en dos subproblemas con cotas opuestas; podar cuando la cota del subproblema no mejora a la mejor solución entera conocida. La fuerza bruta se convierte en una búsqueda con tijeras: la calidad del relajado y de las heurísticas decide cuántas ramas sobreviven.

Planos de corte y los dos motores

Los **planos de corte** añaden restricciones válidas que recortan la relajación sin tocar los enteros. Los solucionadores modernos mezclan ramificar-y-acotar con cortes y heurísticas, y por eso reportan **gap**: la distancia relativa entre mejor cota y mejor

solución factible. Un gap de 1.5 por ciento con una solución de mil millones de pesos es un resultado profesional, no un fracaso.

El zoo de modelos clásicos

- Mochila: elegir subconjunto con capacidad limitada.
- Asignación: emparejar agentes y tareas con costo mínimo.
- Rutas de vehículos: flota, capacidad y ventanas de tiempo.
- Localización de instalaciones: dónde abrir para servir a todos.
- Horarios: exámenes, turnos y guardias como coloreo de grafos.

La dualidad cota-factible es lo que hace riguroso al campo.

Concepto	Qué da
Relajación lineal	cota del óptimo entero
Rama acotada	búsqueda podada por cotas
Corte	aprieta la relajación sin excluir enteros
Gap	cuánto falta para certificar optimalidad

Errores frecuentes

- Redondear la solución del relajado y declararla entera: puede ser infactible o muy mala.
- Big-M inflado: numéricamente frágil y afloja la relajación.
- Modelar con variables enteras lo que son conteos y no con binarias: el solucionador sufre.
- Esperar optimalidad certificada en instancias industriales sin explotar estructura ni heurísticas.

Ejemplo resuelto: mochila por ramificación

1. Plantear el relajado lineal y resolver: da la cota superior.
2. Elegir la variable de decisión fraccionaria y crear dos ramas con cotas opuestas.
3. Resolver cada rama; si su cota no supera a la mejor entera, podarla.
4. Cuando una rama da una solución entera factible, actualizar la mejor conocida.
5. Terminar cuando el gap entre cota global y mejor entera sea aceptable.

¿Para qué sirve en la realidad?

Cada noche, cadenas retail y aerolíneas resuelven modelos enteros con millones de variables para reabastecer, tripular y programar. Los solucionadores (de código abierto

o comercial) son infraestructura crítica de la logística moderna.

1. En un problema de maximización entera, ¿qué papel cumple la relajación lineal?

- ☐ Da la solución entera al redondear
- ☐ Entrega una cota superior del óptimo entero
- ☐ Elimina las variables binarias
- ☐ Convierte el problema en convexo

2. La mejor solución entera factible encontrada por heurística siempre coincide con el óptimo del relajado lineal.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

3. La distancia relativa entre la mejor cota y la mejor solución entera factible se llama _____ del solucionador.

4. Clasifica cada pieza según dónde vive en el flujo de un modelo entero.

Elementos:

- variables binarias para abrir o cerrar
- restricción big-M de arranque
- resolver el relajado lineal
- añadir planos de corte válidos
- poda por cota sin mejorar factible
- ramificar sobre variable fraccionaria

Modelado	. . .
Acotar	. . .
Cortar ramas	. . .

5. Une cada problema clásico con su forma.

5.	Mochila	-----
5.	Asignación	-----
5.	Rutas de vehículos	-----
5.	Localización	-----

Opciones: subconjunto con capacidad · emparejar con costo mínimo · flota, ventanas y capacidad · dónde abrir para servir

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

6. Vocabulario entero



Optimización entera

Entero y combinatorio

Modelos

mochila

asignación

rutas

localización

Relajación

cota superior

cortes

Algoritmo

ramificar

acotar

podar

Práctica

big-M

gap y heurísticas

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Ramificar y acotar (Wikipedia) https://en.wikipedia.org/wiki/Branch_and_boundEl algoritmo maestro con sus reglas de poda y selección de ramas.

Programación entera (Wikipedia) https://en.wikipedia.org/wiki/Integer_programmingFormulación, relajación y resolución de modelos con variables enteras.

7. Debes programar 60 rutas de reparto con ventanas de tiempo. ¿Qué variables binarias y qué continuidad modelarías, cómo obtendrías una cota inicial sin solucionador comercial y qué gap considerarías aceptable para publicar el plan nocturno?

Referencia curricular

Grado:	7
Materia:	Optimización · Matemáticas

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://univ.lumbre.lat/object/cdia-s7-opti-005-optimizacion-entera-y-combinatoria>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat